Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра «Международные отношения, политология и регионоведение»

Я.Д. Гельруд, Л.И. Шестакова

ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛИТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Учебное пособие

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2022

ББК Ф.я7
Г325

*Одобрено
учебно-методической комиссией
Института лингвистики и международных коммуникаций*

*Рецензенты:
П.Б. Уваров, Н.М. Мосейкина*

Гельруд, Я.Д.
Г325 Основы моделирования политических процессов: учебное пособие / Я.Д. Гельруд, Л.И. Шестакова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2022. – 79 с.

Учебное пособие по дисциплине «Моделирование региональных политических процессов» предназначено для студентов магистратуры, обучающихся по специальности 41.04.04 «Политология». Пособие включает: теоретический материал, практикум, содержащий примеры решения типовых задач, задания для контрольной работы, вопросы для самопроверки и список общедоступной учебной и справочной литературы (по каждой теме).

Теоретический материал представляет собой конспект лекций, содержащий необходимые утверждения и алгоритмы принятия решений, при этом подробно демонстрируется применение рассматриваемого инструментария для решения конкретных управленческих задач. В силу этого данное учебное пособие может быть использовано при изучении данной дисциплины, с одной стороны, как справочное пособие, и, с другой стороны, как перечень необходимого объема алгоритмических и инструментальных средств, обеспечивающих принятие оптимальных решений в сложных управленческих ситуациях.

ББКи Ф.я7

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 5
Тема 1. Системный подход и моделирование
1.1. Принцип системного подхода 8
1.2. Общие понятия математического моделирования 10
1.3. Декомпозиция процедуры разработки управленческого решения .. 13
Список рекомендованной литературы по теме 16
Вопросы для самопроверки 17
Тема 2. Методы экспертных оценок
2.1. Для решения каких проблем необходимы экспертные оценки 18
2.2. Описание условий экспертизы 18
2.3. Основные понятия 19
2.4. Методы экспертного оценивания 20
2.5. Определение качества экспертных оценок 22
Список рекомендованной литературы по теме 24
Вопросы для самопроверки 24
Тема 3. Правила принятия решений
Введение 25
3.1. Методы принятия решений в условиях неопределенности 26
3.2. Метод Гурвица принятия компромиссного решения 28
3.3. Методы принятия решений с использованием значений вероятностей каждого исхода (в условиях риска) 28
3.4. Стоимость достоверной информации 30
3.5. Анализ чувствительности принятого решения 31
3.6. Использование дисперсии и среднеквадратического отклонения.. 32
3.7. Использование теории полезности при принятии решения 33
Список рекомендованной литературы по теме 35
Вопросы для самопроверки 36
Тема 4. Дерево решений 37
4.1. Примеры применения деревьев решений 37
4.2. Анализ чувствительности решения 40
4.3. Парадокс Алле 41
4.4. Нерациональное поведение 42
Список рекомендованной литературы по теме 43
Вопросы для самопроверки 44

Тема 5. Многокритериальные решения 45
5.1. Понятие многокритериальности 45
5.2. Оптимальность по Парето 47
5.3. Метод идеальной точки 50
5.4. Общая классификация эвристических методов решения многокритериальных задач 51
Список рекомендованной литературы по теме 53
Вопросы для самопроверки 54
Тема 6. Управление организационными системами 55
6.1. Распределение ресурсов 55
6.2. Управление посредством экспертного опроса 60
Список рекомендованной литературы по теме 60
Вопросы для самопроверки 61
Тема 7. Коллективные решения 62
7.1. Парадокс Кондорсе 62
7.2. Метод Борда 63
7.3. Аксиомы Эрроу 64
7.4. Принятие коллективных решений в малых группах 65
Список рекомендованной литературы по теме 66
Вопросы для самопроверки 66
Тема 8. Состязательные задачи
8.1. Основные понятия теории игр 67
8.2. Математическая модель игры 70
Список рекомендованной литературы по теме 72
Вопросы для самопроверки 73
Методические рекомендации к решению практических задач 74
Методические рекомендации к выполнению курсовой работы 78

ВВЕДЕНИЕ

Системы управления политическими процессами являются разновидностями систем управления организационного типа. Используемые здесь методы широко используются в экономике, социологии. Несмотря на сложный характер задач управления политическими процессами, длительное время политики шли методом проб и ошибок, опираясь на свой ум, здравый смысл и интуицию. Ум и интуиция, конечно, важны, но в настоящее время сложность политических процессов, их интенсивность, социальная цена ошибочно принятых решений стимулируют органы власти при принятии решений руководствоваться более современной и надежной методикой. Достижения зарубежных авторов в этой области достаточно подробно изложены в [1]. К сожалению, приходится констатировать, что достижения российских ученых в рассматриваемой области существенно скромнее. Во-первых, наша страна позже других стала внедрять математические методы и информатизацию в практику управления сложными организационными системами. Кроме того, унаследованный со времен СССР догматизм и зачастую абсурдная секретность при принятии политических решений создавали громадные трудности для изучения и практического применения методов моделирования в политической работе.

Также следует отметить, что подготовка наших специалистов-политологов оставляет желать лучшего в части изучения математического моделирования систем управления.

Дисциплина «Основы моделирования политических процессов» предназначена для описания и формализации особого процесса человеческой деятельности, направленного на выбор наилучшего варианта действий. Данную дисциплину следует рассматривать как важнейшую составляющую подготовки специалиста в области управления политическими процессами. На формирование концепций управления в системах организационного типа большое влияние оказало развитие экономико-математических методов.

Поэтому *целью дисциплины* является:

1) привитие навыков современных видов логического и математического мышления при управлении организационными системами,

2) привитие навыков использования основ моделирования и соответствующих инструментов и методов их обоснования и поддержки в области управления системами различной сложности.

Задачи дисциплины заключаются в ознакомлении слушателя со следующими направлениями:

- принятие решений в условиях риска и неопределенности;
- аксиоматические теории рационального поведения;
- многокритериальные решения при объективных моделях;
- методы оценки и сравнения многокритериальных альтернатив;
- особенности переработки информации человеком в связи с принятием решений.

Диапазон применения рассматриваемых методов весьма широк: от задач, касающихся деятельности отдельных лиц, до социальных и политических проектов, в которых участвуют сотни организаций и десятки тысяч людей.

Методы решения задач организационного управления имеют общие основные методологические принципы, главными из которых являются *системный подход* и *математическое моделирование* (называемое также *исследование операций*). При весьма существенной общности этих принципов, не углубляясь в детали и строгость определений, отметим основные различия этих понятий, что необходимо для их правильного применения.

<u>Первое</u>. Исследование операций исходит из того, что цель и показатель оценки качества (критерий) способа достижения цели заданы. Задача исследования – найти лучший (в смысле заданного критерия) способ достижения заданной цели.

Системный анализ ориентирован на определение целей (целеположение) и критериев оценки способов их достижений и уже затем на поиск наилучшего способа (если выбрана неправильная цель, то есть опасность найти решение не той проблемы; получение точного ответа на неправильный вопрос менее полезно, чем не до конца точный ответ на правильный вопрос).

Таким образом, системный анализ в большей степени ориентирован на решение задач стратегического характера (стратегического планирования), а исследование операций – тактического (текущего планирования).

<u>Второе</u>. Исследование операций преимущественно ориентировано на принятие решений в условиях определенности исходных данных, при этом некоторые факторы, влияющие на решение, могут представлять собой случайные величины, статистические характеристики которых нам известны или могут быть изучены.

Системный анализ содержит методологические подходы и средства решения задач в условиях неопределенности, когда ряд факторов не определен, и их статистические характеристики неизвестны.

<u>Третье</u>. Методология системного анализа включает методы и средства решения проблем и для тех ситуаций, когда ряд факторов (например, цель

или критерий оценки и др.) в принципе не могут быть определены в виде численных величин, в то время как исследование операций ориентировано в основном на количественные методы принятия решений.

Некоторые отличительные особенности исследования операций и системного анализа приведены здесь с единственной целью – объяснить, как определен тот набор математических моделей и методов, который выделен для включения в настоящий курс. Представленные здесь модели и методы ориентированы на задачи, которые попадают в сферу, как исследования операций, так и системного анализа.

Тема 1. СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД И МОДЕЛИРОВАНИЕ

1.1. Принцип системного подхода

Потребности общественного и научно-технического прогресса привели к появлению и активному использованию системного подхода. Это новое направление научного познания, суть которого заключается в нижеследующем.

Политические системы характеризуются организованной сложностью, способностью к целенаправленному поведению в условиях неопределенности информации и различных возмущающих воздействий. Сложные системы имеют свойства, которыми не обладают отдельные, входящие в систему объекты (это свойство называется «*эмерджентность*» от английского emergent – возникший). Большинство свойств сложной системы присущи не ее элементам, а проявляются в результате взаимодействия этих элементов. Например, ни один из элементов самолета (двигатель, крылья, фюзеляж, шасси) летать не может, а самолет (как сложная система) летит! Господствовавшие прежде методы научного анализа показали свою несостоятельность при исследовании сложных систем.

Исследование системы в целом, а не как совокупность составляющих ее элементов, является основной идеей системного подхода. Согласно этому подходу главными являются качества, присущие системе в целом. Поведение отдельных элементов системы анализируется только в том смысле, в каком они имеют отношение к целедостижению и к эффективности функционирования системы в целом.

Особое значение приобретает системный подход для обеспечения эффективного управления *системами организационного типа*. Это системы, элементами которых являются люди (функциональные службы, отдельные исполнители и т.п.).

Эти элементы организационных систем имеют локальные цели и свои критерии, которые, в основном, часто противоречат друг другу и не совпадают с целями и критериями эффективности системы в целом.

Понимание этого свойства (несовпадение локальных и глобальных целей и критериев) есть важнейший фактор создания системного мышления руководителей или отдельного *лица, принимающего решение* (ЛПР). Игнорирование этого принципа, попытка оптимизации работы отдельных подразделений, территорий без учета глобальных целей приводит к снижению эффективности деятельности организационной системы в целом. ЛПР должен обеспечить суммарную эффективность всей организации, зачастую игнорируя интересы отдельных ее подразделений, которые могут повредить достижению общей цели, при этом добиваться этого приходится в условиях противоречащих друг другу локальных целей. Лицо, принимающее политические решения, должно ясно осознавать, что достигнуть глобальных целей можно исключительно в случае, когда система рассматривается как единое целое, для чего требуется оценка действия всех ее составляющих элементов, их взаимовлияния и объединения их таким образом, чтобы добиться эффективного функционирования организации *в целом*.

При этом эффективное решение для системы в целом (*глобальный оптимум*), чаще всего, не обеспечивает оптимального состояния отдельных частей системы. Этот основополагающий принцип системного подхода формулируется как «несовпадение глобальных и локальных оптимумов».

Таким образом, основной проблемой эффективного управления системами организационного типа является нахождение глобального оптимума. Решение этой проблемы возможно двумя способами. Первый заключается в создании или совершенствовании самой организационной системы (системное проектирование). Второй способ заключается в эффективном решении задач управления, возникающих при функционировании организационных систем, на которые воздействует, как внешняя среда, так и внутренние факторы.

В целях повышения эффективности деятельности организационных систем в силу объективной необходимости потребовалось создание соответствующей научной методологии, включающей специальные средства решения сложных задач организационного управления.

Прикладное направление системного подхода при решении задач организационного управления разрабатывалось в рамках разных научных дисциплин: «системный анализ», «исследование операций», «наука управления», «теория принятия решений» и т.п. У этих направлений много общего. Методологическую основу этих дисциплин составляют: математическое моделирование, системный подход и принцип обратной связи.

Далее рассмотрим сущность математического моделирования для обеспечения эффективного управления организационными системами. Именно математическое моделирование обеспечивает реализацию системного подхода для организации управления с учетом принципа обратной связи. При разработке управленческих решений математическое моделирование аналогично лабораторным экспериментам в технических науках.

1.2. Общие понятия математического моделирования

Управление в политической науке как области организационного управления обладает специфическими особенностями, связанными с большими рисками, неопределенностью и неполнотой информации. В этой области невозможно провести эксперименты для получения оптимального решения, так как политическую и социальную среду не вернуть в исходное состояние в силу необратимости политических процессов.

Моделирование заключается в исследовании не самого объекта, а некоторой искусственной системы, находящейся в объективном соответствии с анализируемым объектом, с целью получения о нем необходимой информации. Например, в самолетостроении строится уменьшенная модель самолета, помещается в аэродинамическую трубу и проводятся его испытания в различных условиях. В области организационного управления наиболее адекватным и мощным средством моделирования являются математические модели. Математическая модель позволяет учитывать и анализировать различные параметры системы, их сложные взаимосвязи, и формировать логически стройное формализованное описание управленческих задач.

Справедливо утверждение, что правильно поставленная задача – половина ее решения, что само по себе является сложной задачей. Словесное описание задачи (вербальная постановка) должно осуществляться таким образом, чтобы обеспечить возможность ее дальнейшей формализации (представления на математическом языке), что и составляет суть математической модели.

Постановка задачи имеет четкую *формальную структуру*, что позволяет получить однозначно понимаемую ее формулировку.

В формальной структуре задачи выделяются следующие элементы принятия решений:

– **цели**, которые должны быть достигнуты в результате решения задачи;

– **управляемые переменные**, значения которых определяются в процессе решения задачи;

– **внешние** (экзогенные) **переменные**, значения которых постоянны в процессе решения задачи, они зачастую имеют стохастический характер;

– **неконтролируемые параметры**, которые считаются вполне определенными при решении данной задачи;

– **ограничения** – это предельные значения выражений, в которые входят управляемые и неконтролируемые переменные, описывающих свойства и требования к системе принятия решения (ограничения по ресурсам, времени и пр.);

– **решение** – допустимое (удовлетворяющее всем ограничениям) множество значений управляемых переменных;

– **критерий эффективности** (целевая функция, показатель качества), который позволяет производить оценку и выбор лучшего (оптимального) варианта решений.

Все выше приведенные элементы модели должны иметь количественный характер.

Разработка *математической модели* заключается в установлении взаимосвязей между всеми элементами формальной структуры задачи и отражению их с помощью математических выражений (уравнений, неравенств и т.п.).

У*словия достижения цели* записываются в виде выражений, отображающих зависимость между критериями эффективности и управляемыми переменными.

Совокупность математических выражений, описывающих ограничения и целевую функцию и составляют **математическую модель** задачи.

Оптимальным решением называется допустимое решение, которое обеспечивает экстремум целевой функции (минимальное или максимальное ее значение в соответствии с условиями задачи).

Приведенные элементы структуры математической модели являются общими. При анализе отдельных управленческих задач может появиться дополнительный понятийный аппарат. Например, в задачах массового обслуживания появляются понятия *канал обслуживания, вероятность нахождения в системе n клиентов* и др.; в задачах управления проектами – *критические работы, критический путь, резервы времени* и т.п.; в задачах теория игр – *платежная матрица, цена игры, чистые и смешанные стратегии* и т.д.

При моделировании задачи, прежде всего, необходимо решить, какой принцип эффективности решения будет основополагающим (экономичности, социальной значимости или др.). Затем, если решающим принципом определен принцип экономичности, требуется выбрать его формулировку, соответствующую рассматриваемой ситуации принятия решений.

Существуют две формулировки принципа экономичности:

– требуется достичь заданных целей при минимальных затратах;

– требуется достичь максимума результата при заданных ограничениях на затраты.

Первая формулировка принципа экономичности называется «принцип экономии средств», а вторая – «принцип максимального результата».

Иногда у ЛПР возникает желание найти оптимальное решение задачи, используя сразу несколько критериев. Например, «найти решение, обеспечивающее максимальный эффект при минимуме издержек и минимуме времени».

Такая постановка задачи кажется вполне естественной и внешне привлекательной, но является неразрешимой. Нельзя одновременно найти экстремумы нескольких функций в случае их противоречивости. Например, мы ставим задачу добраться до работы за минимальное время с минимальными затратами, но минимальное время может быть достигнуто за счет поездки на такси, что дорого, а затраты могут быть сведены к минимуму, если пойти пешком, что долго. Такие постановки сложных задач управления в организационных системах называются многокритериальными, для этого рода задач существуют специальные методы нахождения компромиссного решения.

Выше изложенное подтверждает принципиальную важность при постановке задачи корректного обоснования критерия эффективности, при этом выбирается и соответствующий вариант принципа экономичности.

Применение математического моделирования позволяет выработать *типологию* (классификацию) задач организационного управления.

Содержание задач определяет их индивидуальные различия, а форма определяет их сходство. Форма задачи определяется ее структурой – составом ее управляемых и неконтролируемых переменных и их взаимосвязью. Содержание задачи определяется сущностью этих величин. Процесс *абстракции* позволяет отделить содержание задачи от ее формы. Абстрагированная от содержания форма задачи формулируется на языке математики. Число конкретных содержательных задач принятия решений в системах организационного управления бесконечно большое, однако, с точки зрения формы их можно отнести к определенным типам математических моделей. Это позволяет классифицировать задачи организационного управления, использовав при этом их формальные, структурные описания. Отнесение задач к соответствующим типам математических моделей позволяет в наибольшей мере использовать уже накопленный теоретический и практический опыт их описания и разработанные алгоритмические средства их решения.

Классификация математических моделей весьма информативна. Всем известна классификация Линнея животного мира. Представим, что найдено некое ранее не известное биологам существо. При его рассмотрении обнаруживается, что его можно отнести к классу млекопитающих. Этот факт дает огромную информацию об этом животном! Так же и при моделировании задач управления организационными системами. ЛПР, знакомясь с задачей и пытаясь ее сформулировать, находит соответствие *формы* этой задачи, например, задаче линейного программирования.

Используя уже известную модель задачи линейного программирования, ЛПР теперь может дать ее четкую постановку, определить необходимую исходную информацию и ее вид для решения, а также результирующую информацию (оптимальные объемы производства, объемы необходимых видов ресурсов и их объективно обусловленные оценки и т.п.).

Значительный продуктивный практический опыт применения математического моделирования при разработке управленческих решений позволил создать понятийный аппарат и соответствующую терминологию для четкого формулирования задач на модельном и вербальном уровне. Представленные выше понятия, являющиеся структурными элементами модели, должны стать основой профессионального языка лиц, принимающих управленческие решения, влияя в существенной мере на их мышление.

Использование математического моделирования и методов для решения управленческих задач в профессиональный деятельности ЛПР позволяет повысить эффективность принимаемых им решений и обеспечивает его коммуникационными средствами, за счет использования *профессионального математического языка.*

1.3. Декомпозиция процедуры разработки управленческого решения

Разработка управленческого решения является сложным и многоэтапным процессом. В литературе существуют разные варианты представления этого процесса в виде этапов. Наиболее адекватным нам представляется декомпозиция процесса разработки управленческого решения на следующие этапы:

1) вербальная постановка задачи (формулировка проблемы),
2) формирование математической модели,
3) решение задачи,
4) анализ решения,
5) корректировка модели (при необходимости) и нахождение скорректированного решения,
6) реализация окончательно принятого решения в практику управления.

Особую важность имеет первый этап. Здесь требуется правильно определить цели, выделить существенные ограничения, в наибольшей степени влияющие на принимаемое решение, сформулировать критерии оценки вариантов разработанных решений. На этом этапе максимально используется системный подход.

На втором этапе формируется математическая модель, представляющая собой по сути «перевод» на математический язык постановки задачи.

Третий этап заключается в генерировании различных вариантов управленческих решений посредством использования соответствующих алгоритмов, последующий их анализ и выбор наиболее эффективного. Найденное управленческое решение должно позволить наилучшим способом достигнуть поставленной цели с позиций системы *в целом*.

Именно в этом состоит главное преимущество системного подхода. Не должна ставиться цель обеспечения эффектного функционирования отдельных подразделений, так как благо для одного подразделения (региона, группы, и др.) может наносить вред другому или системе в целом. Поэтому понятие «наилучший вариант достижения поставленной цели» относительно, оно напрямую связано с тем, для кого оно принимается, фактически этот выбор осуществляет ЛПР.

Различные варианты действий называются *альтернативами*. Они бывают *зависимыми и независимыми*. Зависимые альтернативы оказывают влияние на оценки других. Например, альтернатива о реконструкции исторического центра города при планировании его развития влияет на другие варианты плана его реализации. Независимые альтернативы не влияют на оценку других альтернатив. Кроме того, встречаются задачи, в которых альтернативы формируются после реализации основных решений (конструируемые альтернативы).

При реализации каждой альтернативы может существовать несколько исходов, если известна их вероятность, то такая ситуация называется *принятие решений в условиях риска*, если неизвестна, *принятие решений в условиях неопределенности*. Если каждая альтернатива имеет только один исход, то такие модели называются детерминированными.

Итак, процесс нахождения наилучшего решения можно представить в виде следующей последовательности действий:

- определяется цель решения задачи,
- определяются возможные альтернативы ее решения,
- по каждой альтернативе определяются возможные исходы,
- производится оценка каждого исхода,
- исходя из поставленной цели, выбирается наилучшее решение.

На примере покажем реализацию вышеприведенных этапов.

Пример. Рассмотрим проблему создания и размещения агитационных материалов в период проведения предвыборной кампании. За основной критерий принимаем принцип экономичности. Допустим 3 варианта – телевидение, газеты, баннеры. Пусть стоимость рекламного видеоролика 100 тыс. руб., его показ по ТВ 40 тыс. руб. Стоимость рекламной статьи 5 тыс. руб., печать 20 тыс. руб. Стоимость и размещение баннера 15 тыс. руб. Допустим, что количество людей, положительно реагирующих на агитационные материалы, увеличивается на 10% с каждым показом видеоролика или выхода рекламной статьи (смотрят ТВ и читают газеты примерно одни и те же люди), а каждый баннер привлекает дополнительно одинаковое количество сторонников (они размещаются в разных точках региона). Эксперты оценили предполагаемое количество людей, привлеченных агитацией, при однократном размещении агитационного материала (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Предполагаемое количество людей, привлеченных агитацией	Стоимость однократного размещения		
	ТВ –140 т.р.	Газеты – 25 т.р.	Баннер – 15 т.р.
Оптимистический прогноз	13 000	10 000	2 500
Наиболее вероятный	11 000	6 000	2 000
Пессимистический прогноз	8 000	2 000	600

В условиях ограниченного бюджета (1 млн. руб.) необходимо определить оптимальное размещение, при котором будет получено наибольшее количество людей, привлеченных агитацией. Мы имеем три альтернативы – три варианта размещения, и для каждой альтернативы множество возможных исходов – различные годовые объемы размещения. Необходимо для каждого исхода рассчитать количество людей, привлеченных агитацией. В табл. 1.2 приведен вариант максимального использования ТВ.

Таблица 1.2

Предполагаемое количество людей, привлеченных агитацией	Стоимость размещения		
	20ТВ – 900 т.р.	4Газеты – 85 т.р.	1Баннер – 15 т.р.
Оптимистический прогноз	37 700	13 000	2 500
Наиболее вероятный	31 900	7 800	2 000
Пессимистический прогноз	23 200	2 600	600

В табл. 1.3 приведен вариант максимального использования газет.

Таблица 1.3

Предполагаемое количество людей, привлеченных агитацией	Стоимость размещения		
	1ТВ – 140 т.р.	40Газеты – 805 т.р.	3Баннер – 45 т.р.
Оптимистический прогноз	13 000	49 000	3 000
Наиболее вероятный	11 000	29 400	2 400
Пессимистический прогноз	8 000	9 800	720

В табл. 1.4 приведен вариант среднего (равномерного) использования (10 ТВ, 10 газеты, остальной бюджет в баннеры).

Таблица 1.4

Предполагаемое количество людей, привлеченных агитацией	Стоимость размещения		
	10ТВ – 500 т.р.	10Газеты – 205 т.р.	19Баннер – 285 т.р.
Оптимистический прогноз	24 700	19 000	47 500
Наиболее вероятный	20 900	11 400	38 000
Пессимистический прогноз	15 200	3 800	11 400

Данный этап состоит в оценке возможных исходов путем расчета количества людей, привлеченных агитацией, получаемом при каждом варианте размещения.

Заключительный этап принятия решения представляет собой выбор оптимального решения. Из приведенных трех вариантов лучшим при всех прогнозах оказывается третий вариант, но таких вариантов распределения средств при данных условиях десятки миллионов. Для выбора лучшего варианта необходимо использовать специальные математические методы.

Кроме того, принятие решения зависит от заявленных в поставке задачи целей и соответствующих условий его принятия (размер бюджета, определенность информации, степень риска и т.п.).

В следующих статьях будут рассмотрены математические модели и методы для решения подобных задач в условиях риска и неопределенности.

Список рекомендованной литературы по теме

1. Мангейм Дж. Б., Рич Р.К. Политология: методы исследования. – М.: Издательство “Весь мир”, 1997. – 544 с.

2. Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 2010. – 552 с.

3. Зайцев, М.Г. Методы оптимизации управления и принятия решений: примеры, задачи, кейсы / М.Г. Зайцев, С.Е. Варюхин. – М.: Дело АНХ, 2015. – 640 с.

4. Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. – М.: «Логос», 2000. – 296 с.

5. Гельруд, Я.Д. Методы исследования в менеджменте: учебное пособие / Я.Д. Гельруд. – Челябинск: изд-во ЮУрГУ, 2014. – 282 с.

6. Козлов, В.Н. Системный анализ, оптимизация и принятие решений / В.Н. Козлов. – М.: Проспект, 2016. – 176 с.

7. Баллод, Б.А. Методы и алгоритмы принятия решений в экономике / Б.А. Баллод. – М.: Финансы и статистика, 2009. – 224 с.

8. Экономико-математические методы и прикладные модели / под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 490 с.

9. Труды ИСА РАН: Математические модели социально-экономических процессов. Методы принятия решений. Численные методы решения. Экономические и социокультурные проблемы информационного общества. Управление рисками и безопасностью / под ред. С.В. Емельянова. – М.: Красанд, 2013. – 124 с.

10. Карданская, Н.Л. Принятие управленческого решения / Н.Л. Карданская. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 407 с.

11. Андрейчиков, А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчиков. – М.: Финансы и статистика. 2001. – 368 с.

Вопросы для самопроверки

1. Этапы разработки управленческого решения
2. Что такое математическое моделирование?
3. Сущность системного подхода и его новизна
4. Сущность механистического метода
5. Общая структура задач принятия решений
6. Целевая функция
7. Область допустимых решений
8. Оптимальное решение
9. Декомпозиция управленческого решения
10. Принятие решения в условиях риска
11. Принятие решения в условиях неопределенности

Тема 2. МЕТОДЫ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

2.1. Для решения каких проблем необходимы экспертные оценки

Одна из наиболее часто встречаемых проблем в политической практике – тестирование субъектов политики с целью определения их политических предпочтений. Во время выборных кампаний необходимо определить степень корреляции (связи) позиций разных кандидатов, партий с предпочтениями различных социальных групп. Эта же проблема стоит перед партиями при формировании коалиций и блоков, определении союзников и оппонентов. Имеется много конкретных ситуаций, которые требуют учета многочисленных аспектов во взглядах и позициях в процессе принятия политического решения.

Все эти случаи требуют анализа свойств и качеств совокупности участников этого процесса в структурном аспекте.

2.2. Описание условий экспертизы

Первым условием является разумное выделение совокупности оцениваемых объектов, в данном случае это участники политического процесса. При этом важно, чтобы выполнялись требования:

– участники должны быть одной категории (например, нельзя рассматривать вместе депутатские фракции и социальные группы);

– совокупность выбранных объектов должна быть достаточно полной, т.е. существенно влиять на достижение цели.

Вторым условием является определение набора параметров, которые характеризуют выбранные объекты совокупности с самых важных сторон. Набор отобранных параметров также должен обладать полнотой – быть достаточным для всесторонней идентификации объектов. Важно также, чтобы параметры обладали универсальностью – применимостью для описания любого оцениваемого объекта.

Для дальнейшего рассмотрения в качестве примера параметров возьмем альтернативные подходы к решению злободневных политических вопросов, которые достаточно полно характеризуют политические взгляды объекта.

1. Следование марксизму – отрицание марксизма.
2. Однопартийная система – многопартийность.
3. Классовый подход – отказ от классового подхода.
4. Запрет инакомыслия – отсутствие идеологизации.
5. Союзное государство – единое государство.
6. Запрет частной собственности – разрешение частной собственности.

7. Плановая экономика – свободный рынок.
8. Государственная собственность – обвальная приватизация.
9. Фермерские хозяйства – коллективные хозяйства.
10. Международная интеграция – ориентация на собственные ресурсы.
11. Авангардная партия – парламентская партия.
12. Демократический централизм – децентрализация.
13. Социально-ориентированная партия – партия общей ориентации.
14. Запрет внутрипартийных дискуссий – плюрализм мнений.
15. Государственные СМИ – свободная пресса.

Каждый показатель может задаваться в условных единицах от 0 до 10, где 0 соответствует полному выполнению левого утверждения, а 10 – правому. В этом случае на базе сравнения параметров для сопоставления объектов используются методы экспертных оценок.

2.3. Основные понятия

Экспертные оценки – это количественные или качественные мнения высококвалифицированных специалистов относительно исследуемого объекта, используемые при оценке вариантов принимаемых решений.

Использование экспертных оценок, их обоснование основывается на том, что искомая характеристика исследуемого объекта является случайной величиной, закон распределения которой отражает индивидуальная оценка эксперта о ее значимости и достоверности. Предполагается, что истинное значение искомой характеристики находится в диапазоне оценок, полученных от группы экспертов, и коллективное мнение можно считать достоверным.

Таким образом, основной целью организации и проведения экспертиз является повышение профессионального уровня принимаемых решений посредством использования технологий экспертного оценивания, специально разработанных для этих задач и проверенных на практике.

Экспертизы бывают индивидуальные и коллективные, одно-туровые и много-туровые, анонимные и открытые, с обменом информацией между специалистами и без.

Условия для получения качественной экспертной информации:

• экспертная комиссия должна состоять из специалистов-профессионалов, знакомых с объектом исследования и имеющих опыт экспертной работы;

• аналитическая группа должна профессионально владеть технологией организации экспертиз, методами обучения и анализа полученной от экспертов информации;

- экспертная информация должна быть достоверной;
- обработка и анализ информации должны быть корректны.

2.4. Методы экспертного оценивания

В выше приведенной задаче при проведении экспертизы оценка партий производится по заранее определенному набору параметров (факторов). Обозначим общее количество факторов m. В нашем случае m = 15. Пусть $\{x_i\}$ и $\{y_i\}$ наборы оценок партий X и Y по выбранным факторам (i = 1, 2, 3, ..., m). Тогда степень совпадения R вычисляется по формуле:

$$R = 1 - \frac{\sum_i d_i^2}{10^2 m}, \tag{2.1}$$

где $d_i = x_i - y_i$ – разность оценок соответствующих факторов, m – количество сравниваемых факторов. При R = 1 имеем полное совпадение характеристик, при R = 0 – полное несоответствие.

Таблица 2.1

Пример

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Партия X	0	5	10	3	6	4	7	4	6	2	5	9	10	2	3
Партия Y	5	2	7	5	9	3	10	6	5	5	4	6	6	5	7
d_i	–5	3	3	–2	–3	1	–3	–2	1	–3	1	3	4	–3	–4
$\boldsymbol{d^2}$	25	9	9	4	9	1	9	4	1	9	1	9	16	9	16

Тогда $R = 1 - \frac{131}{10^2 \times 15} = 1 - 0{,}087 = 0{,}913,$ что свидетельствует о высокой степени соответствия характеристик сравниваемых партий.

Часто для определения значимости каждого проекта (объекта) из заданной совокупности ставится задача определения его ранга. Ниже рассмотрим методы экспертного оценивания при решении данной задачи.

Пусть независимым экспертам предложено проранжировать n возможных проектов, определив для них ранги (порядковые номера 1, 2, 3, ..., n) в зависимости от размеров вносимых ими вкладов. Определение степени согласованности мнений пары экспертов осуществляется посредством коэффициента ранговой корреляции Спирмена. Если обозначить $\{x_i\}$ и $\{y_i\}$ ранги, установленные экспертами, то R (коэффициент корреляции Спирмена) вычисляется по формуле

$$R = 1 - \frac{6\sum_i d_i^2}{n^3 - n}, \tag{2.2}$$

где $d_i = x_i - y_i$ – разность рангов пары экспертов, n – количество сравниваемых проектов.

П*ример ранжирования:*

Проекты	А	Б	В	Г	Д	Е
Ранги эксперта 1 (x_i)	4	5	6	2	1	3
Ранги эксперта 2 (y_i)	2	5	1	3	6	4
d_i	2	0	5	–1	–5	–1
$\boldsymbol{d^2}$	4	0	25	1	25	1

Коэффициент корреляции Спирмена этих экспертов

$$R = 1 - \frac{6 \cdot 56}{6 \cdot (36 - 1)} = -0{,}6.$$

Коэффициент корреляции Спирмена принимает значения от –1 (ранги экспертов противоположны) до + 1 (ранги экспертов совпадают).

На практике больший интерес представляет *коэффициент конкордации,* определяющий согласованность оценок всех экспертов.

Методику расчета этого коэффициента рассмотрим на примере (таблица 2.2), в которой содержится информация о рангах, выставленных N экспертами для n проектов. Среднее значение сумм рангов, находящихся в нижней строке, обозначим через L.

Таблица 2.2

Ранги, проставленные m экспертами

Эксперты	Ранги для проектов			
	A_1	A_2	…	A_n
Первый	a_{11}	a_{12}	…	$a_{1\mathrm{n}}$
Второй	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…
N-й	a_{N1}	a_{N2}	…	$a_{N\mathrm{n}}$
Суммы	$\sum_{i=1}^{N} a_{i1}$	$\sum_{i=1}^{N} a_{i2}$	…	$\sum_{i=1}^{N} a_{im}$

Можно рассчитать сумму квадратов отклонений:

$$S = \sum_{j=1}^{m} \left(\sum_{i=1}^{N} a_{ij} - L \right)^2. \tag{2.3}$$

Коэффициент конкордации определяется следующим образом:

$$W = \frac{12 \cdot S}{N^2(n^3 - n)}. \quad (2.4)$$

W меняется от 1 (максимальная степень согласованности оценок экспертов) до 0 (минимальная степень согласованности).

Рассмотрим пример. Группа экспертов (N = 6) оценивают пять (n = 5) проектов (объектов) по степени их важности, в табл. 2.3 размещены результаты ранжирования. Определить коэффициент конкордации.

Таблица 2.3

Расчет коэффициента конкордации

Проекты ↓Эксперты →	1	2	3	4	5	6	r_j	d_j	d^2
X1	2	3	1	2	1	1	10	–8	64
X2	1	1	3	3	4	2	14	–4	16
X3	3	2	2	1	2	3	13	–5	25
X4	4	5	4	5	3	4	25	7	49
X5	5	4	5	4	5	5	28	10	100

Общую сумму рангов всех экспертов можно вычислить по формуле $N \cdot n \cdot (n + 1)/2 = 6 \cdot 5 \cdot (5 + 1)/2 = 90$. Делим это количество на число проектов n = 5, получаем среднее количество рангов, равное 18. Вычитая это количество из r_j – суммы рангов всех экспертов по проекту X_j, получаем столбец d_j. Возводим d_j в квадрат (столбец d^2) и суммируем. Получим величину S = 254. Максимальное значение этой суммы квадратов разностей равно:

$$R(d^2) = \frac{N^2 \cdot (n^3 - n)}{12} = \frac{6^2 \cdot (5^3 - 5)}{12} = 360.$$

Коэффициент конкордации W = 254/360 = 0,71.

Статистические методы выявления степени согласованности мнений экспертов успешно используются при построении систем управления организационными системами, в частности, и при выборе политических решений.

2.5. Определение качества экспертных оценок

Качество экспертной информации зависит от профессионализма эксперта, степени его конформизма или конъюнктурности, что в свою очередь, влияет на принятие правильного решения.

Рассмотрим одну из главных проблем при выборе эксперта – определение уровня его профессионализма.

Существуют разные методы такой оценки эксперта:

– априорные, которые не используют предшествующую информацию о его участии в экспертизах;

– апостериорные, учитывающие подобную информацию;

– тестовые, реализуемые с помощью специальных тестов.

Априорный метод может заключаться в виде самооценки эксперта, которая производится по двум критериям: степень его знакомства с информацией по анализируемой проблеме и степень информированности эксперта по объектам экспертизы. Тогда самооценка эксперта может быть определена по формуле

$$K_u = \frac{K_a + cK_o}{2}, \tag{2.5}$$

где K_a – коэффициент информационной аргументированности, K_o – коэффициент информированности эксперта по объектам, K_u – интегрированная самооценка эксперта, c – весовой коэффициент K_o.

Апостериорные методы позволяют оценить степень конформизма эксперта, степень его конъюнктурности и т.п.

Например, при оценке компетентности эксперта используется метод поиска противоречий. Эксперт при последовательном сравнении пар объектов указывает их предпочтительность. После сравнения всех пар анализируются противоречия в предпочтениях эксперта. Могут встречаться очевидные противоречия – первый предпочтительнее второго, второй предпочтительнее третьего, а третий предпочтительнее первого. Могут встречаться и более сложные противоречия. Чем меньше будет обнаружено противоречий в оценках эксперта, тем он более компетентен.

Пусть d – количество противоречий, тогда при четном n (число сравниваемых объектов) коэффициент компетентности

$$Y = 1 - \frac{24d}{n^3 - n},$$

при n нечетном

$$Y = 1 - \frac{24d}{n^3 - 4n}.$$

При отсутствии противоречий в оценках коэффициент компетентности принимает максимальное значение $Y = 1$.

Тестовые методы широко используются для определения профессионализма экспертов в различных сферах деятельности.

При проведении тестовых экспериментов необходимо обеспечить следующие условия:

– тест должен быть разработан для конкретных объектов экспертной оценки;

– ответы эксперта должны строго соответствовать истинным значениям;

– точность оценок должна соответствовать разработанной шкале, лежать в допустимых интервалах их отклонений от истинных;

– вероятность случайного угадывания экспертной оценки в тестовом эксперименте должна быть достаточно мала.

Следует реально понимать возможности экспертного оценивания, не все проблемы решаются с его помощью. Но отказ от использования экспертных оценок на практике приводит к большому числу неверно принятых решений, которые отражаются на судьбе отдельного предприятия, региона или страны в целом. Основные причины, приводящие к таким результатам – недостаточная обоснованность предлагаемых решений, отсутствие должной компетентности ЛПР. Это не удивительно, так как ответственное лицо не может профессионально ориентироваться во всех проблемах, которые ему приходится решать в рамках своей должности и занимаемого положения. Да и время на принятие решение, зачастую, оказывается ограниченным.

Список рекомендованной литературы по теме

1. Гельруд Я.Д. Теория ошибок и математическая обработка результатов экспертных исследований: учебное пособие. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2019. – 56 с.

2. Лысов О.Е. Методы прикладных исследований в менеджменте: учебное пособие / О.Е. Лысов. – ГУАП. СПб., 2006. – 164 с.

3. Владимирова Л.П. Прогнозирование и планирование в условиях рынка: учебное пособие. – М.: 2005.

4. Титов В.В., Кузнецов С.В. Классификация: системно-морфологический подход / Ин-т высок. технологий и эксперим. машиностроения. – М. Информ.-изд. фирма "Инвента", 1998. – 98 с.

5. Друкер, П.Ф. Задачи менеджмента в XXI веке: учебное пособие / пер. с англ / П.Ф. Друкер. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2007. – 298 с.

Вопросы для самопроверки

1. Назовите стадии экспертного исследования.

2. Дайте классификацию различных вариантов организации экспертных исследований.

3. Дайте классификацию различных методов экспертных исследований.

4. Назовите задачи и принципы экспертных исследований.

Тема 3. ПРАВИЛА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Введение

Государственные организации в своей повседневной работе сталкиваются с различными общественными вызовами. Принятие эффективных административных решений зависит от предшествующей интеллектуальной работе по их качественной подготовке. Разработка политических решений заключается в выявлении проблемы, в анализе и обработке необходимой для решения проблемы информации и в определении методов и средств её решения. Государственный механизм является информационно-аналитической системой, которая формирует коллективно разработанные решения. Задача ЛПР состоит в анализе комплексной проблемы и выделении в ее составе элементарных составляющих.

Специфика задач, возникающих в политических процессах, диктует использование соответствующих методов их решения. Следует учитывать, кроме того, сложившиеся традиции в структурах управления. Американский политолог Р. Говард отмечал, что в политической практике, как правило, возникают рисковые, вероятностные задачи, которые отличаются низкой вычисляемостью результатов и принимаются в условиях полной или частичной неопределенности. Несмотря на сложный характер таких задач, длительное время использовался только один способ их решения – прецедентный метод. Политики шли методом проб и ошибок, опираясь на свой ум, здравый смысл и интуицию. Ум и интуиция, конечно, важны, но в настоящее время сложность политических процессов, их интенсивность, социальная цена ошибочно принятых решений стимулируют органы власти при принятии решений руководствоваться более современной и надежной методикой. Американские политологи Энтони Даунс и Кеннет Эрроу предложили *модель всеобъемлющей рациональности*, суть которой в рациональном выборе. В условиях рыночной экономики действия организаций и отдельных людей в политике направлены на достижение ими собственных целей. Субъекты политического процесса (акторы) стремятся максимизировать свою выгоду или минимизировать затраты, реализуя свои интересы, выбирая при этом оптимальные средства для достижения цели. Обладая необходимой информацией для принятия решений, акторы осуществляют рациональный выбор альтернатив с учетом возможных последствий их реализации на основе разумных правил. При реализации каждой альтернативы может существовать несколько исходов, отличающихся полнотой информации. Когда численные значения вероятностей исходов отсутствуют, применяются методы принятия решений *в условиях неоп-*

ределенности. Когда вероятности исходов известны, применяются методы принятия решений *в условиях риска*. Далее будут подробно рассмотрены эти методы и даны соответствующие рекомендации по их применению в различных условиях эксплуатации конкретных управленческих систем.

3.1. Методы принятия решений в условиях неопределенности

Рассмотрим методы принятия решений при отсутствии информации о значениях вероятностей исходов (условие неопределенности).

Пример 1. Пусть организация рассматривает 5 вариантов инвестиций. Экспертами даны прогнозы доходов (прибыли) каждого варианта при возможных исходах (пессимистичном, вероятном, оптимистичном). Численные значения вероятностей исходов нам не известны. Какой вариант инвестиций предпочтителен и в каком случае?

В табл. 3.1 приведены возможные доходы по исходам (пессимистичный, вероятный, оптимистичный), расположенным в столбцах, построчно расположены варианты инвестиций (альтернативы).

Таблица 3.1

Доход (прибыль) в млн.руб.

Варианты инвестиций (альтернативы)	Исходы		
	пессимистичный	вероятный	оптимистичный
1	6	8	11
2	2	**12**	15
3	4	10	**18**
4	5	8	14
5	**9**	10	12

3.1.1. Максимизация максимального дохода (метод максимакса). В этом методе определяются максимальные значения исходов («оптимистичный» столбец в табл.3.1) по каждому варианту инвестиций, из них выбирается вариант с наибольшим значением. В данном примере это будет решение реализовывать третий вариант инвестиций. Этот метод использует инвестор, выбирая возможность получить максимум прибыли, невзирая на возможные риски (диспозиционный оптимист).

3.1.2. Максимизация минимального дохода (метод максимина (Вальда)). В каждой строке (альтернативе) находим минимальное значение исхода (в данном примере они находятся в «пессимистичном» столбце), и определяем среди них альтернативу с максимальным доходом. В нашем случае это решение реализовывать пятый вариант инвестиций. Этот метод использует осторожный руководитель при принятии решений – это стратегия абсолютного пессимиста.

3.1.3. Минимизация максимальных потерь (метод минимакса (Сэвиджа)). Данный метод заключается в составлении табл. 3.2, включающей в себя возможные потери. Исходные данные берутся из табл. 3.1 (доходов/прибыли) и вычисления производятся по следующему правилу:

– из максимальных значений дохода каждого исхода вычитаются значения доходов всех других альтернатив этого исхода;

– затем в каждой строке (альтернативе) определяем максимальные значения найденных величин возможных потерь (по альтернативам 1–5 это значения 7,7,5,4,6, соответственно). Из этих максимумов выбираем минимальное значение (4) и соответствующую ему альтернативу. Это и будет решение – реализовывать 4 вариант инвестиций.

Таблица 3.2

Возможные потери (млн.руб.)

Варианты инвестиций (альтернативы)	Исходы		
	пессимистичный	вероятный	оптимистичный
1	3	4	**7**
2	**7**	0	3
3	**5**	2	0
4	**4**	4	4
5	0	2	**6**

3.1.4. Применение принципа неопределенности Лапласа. Этот основополагающий принцип, сформулированный Лапласом в теории вероятностей [4], заключается в утверждении, что в условиях полной неопределенности (вероятности исходов отсутствуют), они равновозможны, поэтому решением будет являться альтернатива с максимальным средним доходом. В нашем случае это решение реализовывать 3 вариант инвестиций, у которого средний доход 10,7 (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Доход (прибыль) в млн.руб.

Варианты инвестиций (альтернативы)	Исходы			Средний доход
	пессимистичный	вероятный	оптимистичный	
1	6	8	11	8,3
2	2	12	15	9,7
3	4	10	18	**10,7**
4	5	8	14	9
5	9	10	12	10,3

3.2. Метод Гурвица принятия компромиссного решения

Метод Гурвица дает возможность получить компромисс между методом Вальда (максимина) и методом максимакса. Этот метод предполагает знание ЛПР вероятностей крайних исходов (пессимистичного и оптимистичного), он задает вероятность пессимистичного исхода р, тогда оптимистичный исход получает вероятность 1–р. После этого определяется альтернатива с максимальным средневзвешенным доходом.

В рассматриваемом примере худший исход – реализовывать 5 вариант инвестиций (пессимистический исход, см. п.3.1.2), наилучший – реализовывать 3 вариант инвестиций (оптимистический исход, см. п.3.1.1). Пусть ЛПР задал уровень пессимизма р = 0.4, тем самым он предполагает (или определил из статистики подобных прошлых инвестиций), что в 40% случаев происходит худший исход. Средневзвешенные доходы рассчитаем по каждой альтернативе по формуле $px_1 + (1–p)x_2$, где x_1, x_2, значения возможных доходов при пессимистическом и оптимистическом исходах, соответственно (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Критерий Гурвица

Варианты инвестиций (альтернативы)	Исходы		Вероятность исхода		Средневзвешенный доход
	пессимистичный	оптимистичный	0,4	0,6	
1	6	11	2,4	6,6	= 9
2	2	15	0,4	9,0	= 9,4
3	4	18	1,6	10,8	= **12,4**
4	5	14	2,0	8,4	= 10,4
5	9	12	3,6	7,2	= 10,8

В нашем случае максимум средневзвешенного дохода дает решение реализовывать 3 вариант инвестиций.

3.3. Методы принятия решений с использованием значений вероятностей каждого исхода (в условиях риска)

Рассмотрим ситуацию, когда вероятности каждого исхода известны. Эти вероятности на практике можно определить с помощью экспертов или проанализировав имеющуюся статистическую информацию. К примеру, если известна статистика по результатам 20 прошлых инвестиций, то можно найти доли пессимистичного, вероятного и оптимистичного исходов как отношение частот их появления к общему числу инвестиций и принять их за вероятности исходов (табл. 3.5).

Таблица 3.5

Относительные частоты результатов инвестиций

Исходы	Пессимистичный	Вероятный	Оптимистичный
Частота исходов	5	10	5
Относительная частота (вероятность)	0,25	0,5	0,25

3.3.1. Метод максимизации наиболее вероятного дохода. Вероятность 0.5 является наибольшей, ее имеет вероятный исход. Максимальный доход при этом исходе равен 12 (табл. 3.1), соответствующая альтернатива – осуществлять 2 вариант инвестиций.

3.3.2. Оптимизация математического ожидания. Понятие *математического ожидания* широко используется в политических, социальных, экономических и прочих исследований. Если некоторая случайная величина X задана своими возможными значениями $x_1, x_2, \ldots, x_n$, которые принимаются с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_n$, то математическое ожидание M вычисляется по формуле (3.1) [4]:

$$\mathrm{M} = \mathrm{p}_1 x_1 + \mathrm{p}_2 x_2 + \ldots + \mathrm{p}_n x_n. \quad (3.1)$$

Данный метод заключается в выборе альтернативы, у которой имеется лучшее математическое ожидание (наибольший ожидаемый доход или наименьшие ожидаемые потери). Метод следует применять, если решение принимается многократно в подобных условиях. В этом случае по з*акону больших чисел* [4] получаемый результат стремится к математическому ожиданию.

а) Максимизации ожидаемого дохода.

Вычислим по формуле (3.1) и занесем в табл. 3.6 математические ожидания всех исходов у каждой альтернативы, где значения переменных x_1, $x_2, \ldots, x_n$ – это доходы из табл. 3.1.

Максимум математического ожидания 10,5 имеет альтернатива 3, поэтому по данному критерию необходимо осуществлять 3 вариант инвестиций.

Таблица 3.6

Возможный доход

Варианты инвестиций (альтернативы)	Исходы			Математическое ожидание дохода
	пессимистичный 0,25	вероятный 0,5	оптимистичный 0,25	
1	6	8	11	8,25
2	2	12	15	10,25
3	4	10	18	**10,5**
4	5	8	14	8,75
5	9	10	12	10,25

б) Минимизация ожидаемых потерь.

Вычислим по формуле (3.1) и занесем в табл. 3.7 математические ожидания всех исходов у каждой альтернативы, где значения переменных x_1, $x_2,\ldots, x_n$ являются возможными потерями в табл. 3.2.

Находим минимальное значение средних ожидаемых потерь (2,25), следовательно, лучшее решение совпадает со случаем *а*, осуществлять 3 вариант инвестиций.

Таблица 3.7

Возможные потери

Варианты инвестиций (альтернативы)	Исходы			Математическое ожидание Потерь
	пессимистичный 0,25	вероятный 0,5	пессимистичный 0,25	
1	3	4	**7**	4,5
2	**7**	0	3	2,5
3	**5**	2	0	**2,25**
4	**4**	4	4	4,0
5	0	2	**6**	2,5

3.4. Стоимость достоверной информации

Неопределенность при принятии решений может быть уменьшена путем сбора дополнительной информации, за которую нужно платить. Максимальная сумма денег, которую стоит заплатить, и является *стоимостью достоверной информации*. Так, если бы мы в нашей кондитерской заранее знали спрос на следующий день, то готовили бы столько пирожных, сколько обеспечивают максимальный доход (см. диагональ табл. 3.1). В этом случае ожидаемый доход был бы равен

$$6 \cdot 0{,}1 + 12 \cdot 0{,}2 + 18 \cdot 0{,}3 + 24 \cdot 0{,}3 + 30 \cdot 0{,}1 = 18{,}6.$$

Стоимость достоверной информации есть разница между этим ожидаемым доходом и максимальным ожидаемым доходом без достоверной информации (см. 3.3.2. *а*). Это число 18.6 – 14 = 4,6 равно минимальным ожидаемым возможным потерям (см. 3.3.2. *б*). Таким образом, наша кондитерская может заплатить 4,6 руб. в день за информацию о спросе да следующий день, т.е. это максимальная плата за маркетинговые услуги.

3.5. Анализ чувствительности принятого решения

Статистическая или экспертная информация о вероятностях исходов в табл. 3.5 в процессе деятельности организации, зачастую, может меняться, при этом принятое решение может остаться прежним или измениться. Анализ подобных ситуаций представляет собой «*анализ чувствительности принятого решения».* Проиллюстрируем этот анализ на представленных в табл. 3.8 трех дополнительных наборах вероятностей и соответствующим им расчетам математических ожиданий исходов. Данные о математических ожиданиях доходов исходного варианта возьмем из табл. 3.6.

Таблица 3.8

Ожидаемые доходы при измененных значениях вероятностей

Показатели альтернатив	Ожидаемые исходы по альтернативам				
	1	2	3	4	5
Исходные вероятности альтернатив 0,25; 0,5; 0,25					
Доход по исходным вероятностям	8,25	10,25	**10,5**	8,75	10,25
Дополнительные вероятности (1) 0,3; 0,4; 0,3					
Ожидаемые доходы (1)	8,3	9,9	**10,6**	8,9	10,3
Дополнительные вероятности (2) 0,2; 0,5; 0,3					
Ожидаемые доходы (2)	8,5	10,9	**11,2**	9,2	10,4
Дополнительные вероятности (3) 0,3; 0,5; 0,2					
Ожидаемые доходы (3)	8,0	9,6	**9,8**	8,3	**10,1**

Альтернативный вариант (1) значений вероятностей исходов не поменял решение, только средняя прибыль увеличилась с 10,5 млн. руб. до 10,6 млн. руб. Альтернативный вариант (2) также не поменял решение, при этом средняя прибыль увеличилась с 10,5 млн.руб. до 11,2 млн.руб. При использовании третьего альтернативного варианта значений вероятностей решение поменялось, теперь максимальное значение 10,1 млн. руб. у 5 альтернативы. Значит, полученное решение с исходными вероятностями нечувствительно к альтернативам 1 и 2 наборов вероятностей, но чувствительно к варианту 3 изменений.

3.6. Использование дисперсии и среднеквадратического отклонения

При однократном принятии решения вычисляются отклонения возможных значений исходов от их математических ожиданий. Степень отклонения показывают такие характеристики, как дисперсия и среднеквадратическое отклонение [4]. Дисперсия вычисляется по формуле:

$$D = p_1(x_1 - M)^2 + p_2(x_2 - M)^2 + \ldots + p_n(x_n - M)^2. \quad (3.2)$$

Среднеквадратическое отклонение вычисляется по формуле:

$$\sigma = \sqrt{D}. \quad (3.3)$$

С большой долей вероятности значения случайной величины X лежат в интервале от M $-\sigma$ до M $+ \sigma$. Чем меньше σ, тем ближе возможные результаты исходов к их математическому ожиданию. Приведем пример применения среднеквадратического отклонения.

Пример 2. Организация планирует выборную агитационную кампанию, используя разные виды рекламных действий (обозначим их номерами 1–4). Экспертами определены возможные исходы – количество поданных голосов (от пессимистичного исхода до оптимистичного с вероятностями 0,1; 0,2; 0,3; 0,4, соответственно), обозначим их также номерами 1–4. Рассчитаем математическое ожидание количества поданных голосов и среднеквадратическое отклонение по всем альтернативам и занесем в табл. 3.9.

Поясним расчеты математического ожидания.

Для альтернативы 1 – очевидно, M = 0.

Для альтернативы 2 – M = 255·0,1 + 350·0,2 + 350·0,3 + 350·0,4 = 340,5.

Для альтернативы 3 – M = 210·0,1 + 305·0,2 + 400·0,3 + 400·0,4 = 362.

Для альтернативы 4 – M = 165·0,1 + 260·0,2 + 355·0,3 + 450·0,4 = 355.

Дисперсия для альтернативы 2 составит

$$D = (270–353)^2·0,1 + (350–353)^2·0,2 + (360–353)^2·0,3 + (370–353)^2·0,4 = 821.$$

Среднеквадратическое отклонение $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{1274,5}$ = 28,6.

Дисперсия для альтернативы 3 составит

$$D = (210–362)^2·0,1 + \\ + (305–362)^2·0,2 + (400–362)^2·0,3 + (400–362)^2·0,4 = 3509.$$

Среднеквадратическое отклонение $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{3509}$ = 59.2.

Дисперсия для альтернативы 4 составит

$$D = (180–311)^2 \cdot 0{,}1 + (260–311)^2 \cdot 0{,}2 + (355–311)^2 \cdot 0{,}3 + (450–311)^2 \cdot 0{,}4 = 9305.$$

Среднеквадратическое отклонение $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{9305} = 96$.

Таблица 3.9

Рекламные действия	Возможные исходы: количество поданных голосов				Математическое ожидание	Среднеквадратическое отклонение
	1 (0,1)	2 (0,2)	3 (0,3)	4 (0,4)		
1	300	300	300	300	300	0
2	270	350	360	370	353	28,5
3	210	305	400	400	**362**	59,2
4	180	260	355	450	311	95

Таким образом, при многократно принимаемом решении лучшей альтернативой будет использовать 3 вид рекламных действий, при этом будет обеспечено максимальное среднее количество поданных голосов 362. Но, при принятии разового решения предпочтительнее выполнять второй вид рекламы, тогда математическое ожидание количества поданных голосов уменьшится до 353, но при этом риск существенно сократится. В соответствии с рассчитанными показателями третьей альтернативы ожидаемое число голосов будет в интервале 362 ± 59,2, тогда как вторая альтернатива задает ожидаемое число голосов в интервале 353 ± 28,6. Анализируя полученную информацию, ЛПР принимает решение, основываясь на своем практическом опыте, отношении к риску и степени достоверности вероятностей исходов.

3.7. Использование теории полезности при принятии решения

Политическая жизнь, как и экономическая сфера, тесным образом связана с теорией полезности, суть которой заключается в том, что в эффективной системе управления принимаются рациональные индивидуальные решения.

Это подтверждают многие политологи, в частности, Э. Даунс высказывает мысль, что *«в своём поведении индивид всегда эгоистичен и рационален»* [7]. Понятия *«своекорыстный экономический расчёт» и «нейтральный политический подход» им не разделяются*, а политика рассматривается как коммерческое предприятие. Стремление к власти политиков для реализации своих личных целей, выбор избирателями того кандидата, который будет защищать их интересы – это все подтверждение на политической практике теории полезности. При этом взаимодействии обмениваются взаимовыгодно политические действия на голоса электората, и достигается цель политиков – собрать максимальное их количество. Поэтому при моделировании системы принятия политических решений возможные альтернативы оцениваются, сравниваются их достоинства и недостатки, после чего выбирается максимально полезная альтернатива для политиков, удовлетворяющая его определенным целям [6, 8, 9].

Кроме того, на выбор решения влияют субъективные качества ЛПР:

- финансовое состояние;
- отношение к риску;
- состояние здоровья и настроение ЛПР;
- другие причины, не относящиеся к основной деятельности.

Рассмотрим применение теории полезности к процессу принятия решения на небольшом примере.

Пример 3. Пусть имеется два варианта вложить 1000 руб. с целью получения прибыли. Первый вариант дает возможность без риска заработать 100 руб. прибыли; по второму вариант можно проиграть всю сумму с вероятностью 0,7 или получить дополнительно 1000 руб. с вероятностью 0,3, то есть средний выигрыш по второму варианту составит $0 \cdot 0{,}7 + 1000 \cdot 0{,}3 =$ $= 300$ руб.

Если ЛПР ориентируется на средний выигрыш и к риску безразличен, то он выберет второй вариант. Если же ЛПР риск учитывает, то он выберет вариант в зависимости от финансового состояния. Если потеря 1000 руб. для ЛПР является существенной, то он, скорее всего, выберет первый вариант с гарантированным выигрышем 100 руб. Имеющий крупный капитал ЛПР предпочтет рискнуть. Также рисковать будут люди, склонные по своей натуре к авантюрам.

Американские ученые Дж. Нейман и О. Моргенштерн предложили методику определения числовых значений *функции полезности*. Данная методика предполагает, что ЛПР при выборе решения ставит своей целью получить максимум ожидаемой полезности. Она вычисляется как математическое ожидание всех составляющих данное решение полезностей возможных исходов [3].

Рассмотрим поэтапно процесс построения индивидуальной функции полезности F(x).

<u>Этап 1.</u> Пессимистичному ($x_п$) и оптимистическому ($x_о$) исходам присваиваются крайние значения полезностей по выбранной шкале, например,

$F(x_п) = 0$ и $F(x_о) = 100$. В этом случае, шкала значений полезности будет составлять интервал [0,100].

Этап 2. ЛПР предлагается: получить гарантированно сумму q из интервала $[x_п, x_о]$, или пойти на рискованный вариант – выиграть сумму $x_о$ с вероятностью p и, соответственно, сумму $x_п$ с вероятностью (1 – p). Значение p увеличивается от 0 до некоторого значения, при котором игроку уже безразлично – выбрать рисковый вариант или получить гарантированную сумму q. Обозначим это найденное значение p_0. Значение функции полезности для q:

$$F(q) = p_0 F(x_о) + (1 - p_0) F(x_п).$$

В рассмотренном примере 3 $x_п = -1000$, $x_о = 1000$. Оценим полезность гарантированной суммы выигрыша q = 100. Пусть ЛПР готов с вероятностью p_0 выиграть 1000 руб. или с вероятностью $(1 - p_0)$ проиграть 1000 наравне с вариантом получить гарантированно 100 руб. при условии, что $p_0 = 0{,}75$. Тогда $F(100) = 0{,}75 \cdot 100 + 0{,}25 \cdot 0 = 75$.

Ожидаемая полезность второго варианта $0{,}7 \cdot 0 + 0{,}3 \cdot 100 = 30$, что меньше полученной полезности первого варианта. Таким образом, с соответствие с построенной для данного ЛПР функцией полезности он предпочтет первый (безрисковый) вариант. Это решение противоположно сделанному выше по критерию ожидаемого дохода.

Список рекомендованной литературы по теме

1. Мангейм Дж. Б., Рич Р.К. Политология: методы исследования. – М.: Издательство “Весь мир”, 1997. – 544 с.

2. Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 2010. – 552 с.

3. Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. – М.: Логос, 2000. – 296 с.

4. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей. – М.: КноРус, 2010. – 664 с.

5. Решетников, С.В. Теория процесса принятия управленческих решений / С.В. Решетников. Минск: Академия управления при Президенте Республики Беларусь. 2003. – 152 с.

6. Сосунов, Д.В. Процесс принятия политических решений в современной России: монография / Д.В. Сосунов. – Воронеж: Научная книга, 2010. – 226 с.

7. Даунс Э. Комментарий в отношении экономических теорий поведения правительства; пер. и примеч. Н.С. Павлова // Вестник Московского университета. Сер. 12. Политические науки. – 2006. – № 3. – С. 57–73.

8. Саймон Г. Теория принятия решений в экономической теории и науке о поведении // Вехи экономической мысли: в 3 т. Т. 2. Теория фирмы: сб. ст.; пер. с англ. / ред. В.М. Гальперин. – СПб.: Экономическая школа, 2000. – С. 54–72.

9. Канеман Д., Словик П., Тверский А. Принятие решений в неопределенности: Правила и предубеждения. – Харьков: Гуманитарный центр, 2005. – 632 с.

10. Орлов А.А. Теория принятия решений. – М.: Экзамен, 2006. – 573 с.

Вопросы для самопроверки

1. Критерий Сэвиджа
2. Критерий Вальда
3. Критерий Лапласа
4. При каких условиях применяется критерий *maxmax*?
5. Критерий Гурвица
6. Методы принятия решений в условиях риска
7. Какая величина характеризует риск?
8. Влияние изменений вероятностей на принятое решение
9. Стоимость дополнительной достоверной информации
10. Применение матожидания и среднеквадратичного отклонения при оценке риска
11. Основные понятия теории полезности
12. Процедура построения индивидуальной функции полезности
13. Типы функций полезности Неймана – Моргенштерна

Тема 4. ДЕРЕВО РЕШЕНИЙ

Выше мы рассматривали задачи, которые имели один набор альтернативных решений и один набор исходов. Однако, во многих задачах наблюдается многоэтапность в принятии решений, когда за одним набором стратегий ЛПР и исходов следует другой набор, порождая цепочку решений.

Графическое представление последовательности решений и исходов с указанием их вероятностей и доходов называется *дерево решений*.

4.1. Примеры применения деревьев решений

Пример 4.1. Компания рассматривает три варианта выпуска нового продукта – создать крупное предприятие, малое производство, продать патент. Размер возможной прибыли зависит от состояния рынка (благоприятного или неблагоприятного) (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Решение компании	Прибыль, при состоянии рынка	
	благоприятное	неблагоприятное
Крупное предприятие	220 000	–180 000
Малое производство	100 000	–40 000
Продать патент	12 000	12 000

На основе данной таблицы строим дерево решений (рис. 4.1).

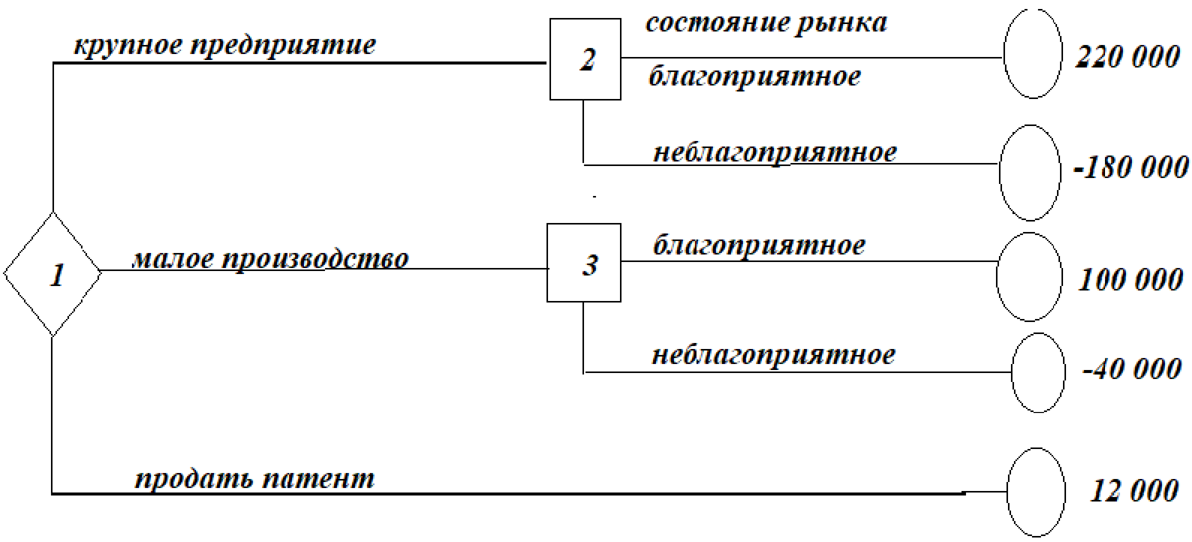
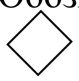


Рис. 4.1. Дерево решений примера 4.1

Обозначения на рис. 4.1:

 – решение принимает ЛПР,

□ – альтернативные вершины (исходы),

○ – ОДО – ожидаемая денежная оценка исхода.

Вычисляем ОДО каждой вершины нашего дерева. Так как нам ничего не известно о вероятности состояний рынка (благоприятное или неблагоприятное), то, согласно принципу неопределенности Лапласа, примем вероятность этих состояний равной 0,5, имеем тогда

- для вершины 2 $ОДО_2 = 0{,}5 \cdot 220\,000 + 0{,}5 \cdot (-180\,000) = 20\,000$;
- для вершины 3 $ОДО_3 = 0{,}5 \cdot 100\,000 + 0{,}5 \cdot (-40\,000) = 30\,000$.

Следовательно, в вершине 1 необходимо выбрать альтернативу создавать малое производство, ОДО этого решения равна 30 000.

Усложним пример 4.1. Пусть перед принятием решения о строительстве руководство компании может обратиться к специализированной фирме, которая проведет исследование состояния рынка и уточнит вероятности исходов (за 12 000 руб.). В табл. 4.2 представлены степени достоверности ее прогнозов.

Таблица 4.2

Прогноз	Фактически	
	был благоприятный	был неблагоприятный
Рынок благоприятный	0,8	0,2
Рынок неблагоприятный	0,3	0,7

Это означает, что прогноз фирмы о благоприятном рынке подтверждается с вероятностью 0,8 и не подтверждается с вероятностью 0,2, и, соответственно, прогноз фирмы о неблагоприятном рынке подтверждается с вероятностью 0,3 и не подтверждается с вероятностью 0,7.

Пусть фирма предположила благоприятный рынок с вероятностью 0,4 и неблагоприятный рынок с вероятностью 0,6.

Используя эти сведения, на рис. 4.2 строим дерево решений.

Определим теперь ожидаемую денежную оценку (ОДО) каждой вершины нового дерева. Как и прежде

- для вершины 2 ОДО2 = $0{,}5 \cdot 220000 + 0{,}5 \cdot (-180000) = 20000$;
- для вершины 3 ОДО3 = $0{,}5 \cdot 100000 + 0{,}5 \cdot (-40000) = 30000$;
- для вершины 5 ОДО5 = $0{,}8 \cdot 220000 + 0{,}2 \cdot (-180000) = 140000$;
- для вершины 6 ОДО6 = $0{,}8 \cdot 100000 + 0{,}2 \cdot (-40000) = 72000$;
- для вершины 8 ОДО8 = $0{,}3 \cdot 220000 + 0{,}7 \cdot (-180000) = -60000$;
- для вершины 9 ОДО9 = $0{,}3 \cdot 100000 + 0{,}7 \cdot (-40\,000) = 2000$.

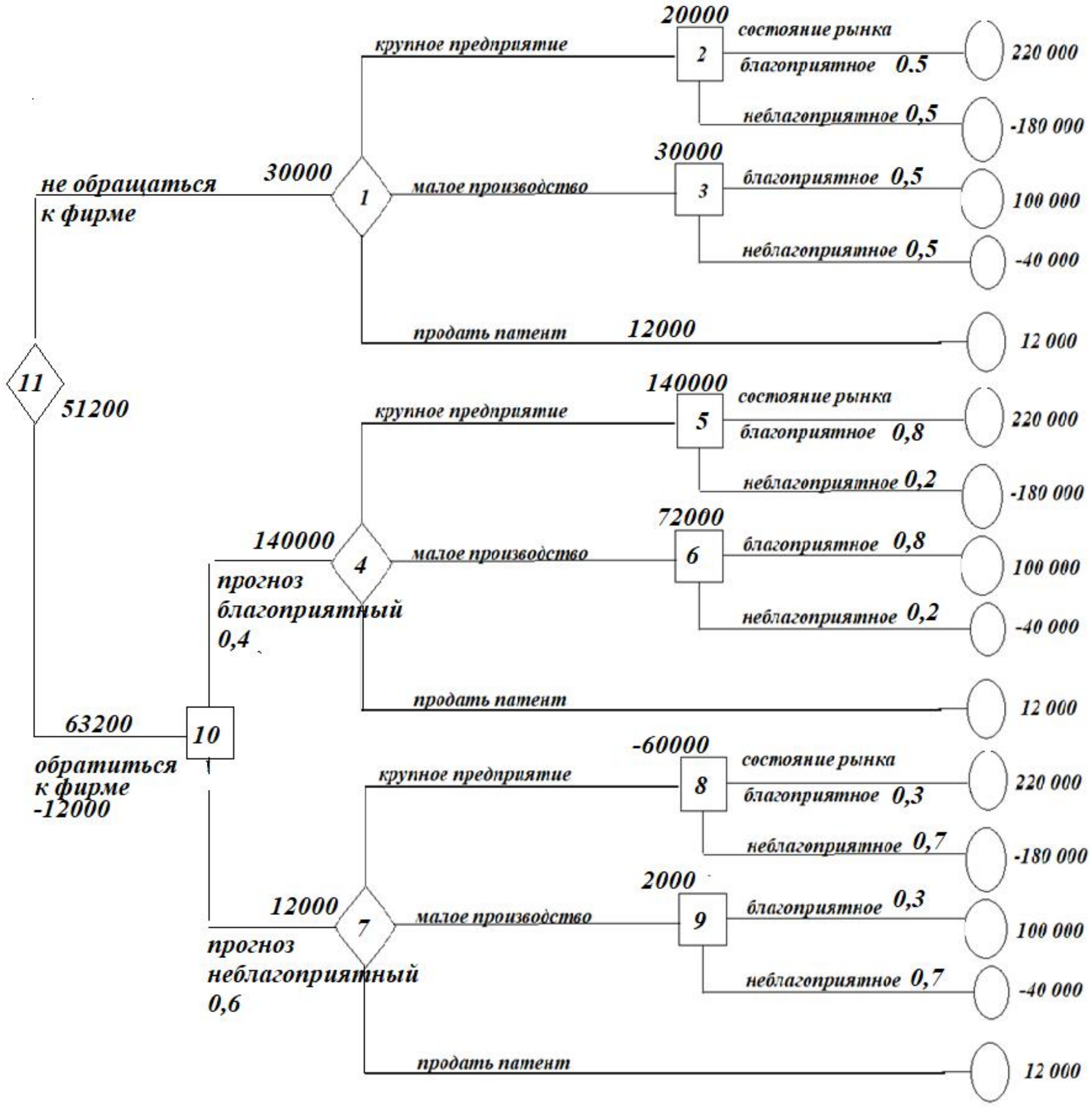


Рис. 4.2. Дерево решений при обращении к фирме (в альтернативных вершинах показаны вероятности исходов)

Значит, для вершины 1 выбираем ОДО$_1$ = 30 000,
для вершины 4 выбираем ОДО$_4$ = 140000,
для вершины 7 выбираем ОДО$_7$ = 12000,
тогда ОДО$_{10}$ = $0{,}4 \cdot 140000 + 0{,}6 \cdot 12000 = 63200$,
и ОДО$_{11}$ = $63200 - 12000 = 51200$.

− Анализируя сделанные расчеты, делаем следующие выводы:

− целесообразно проводить дополнительное обследование состояния рынка, ОДО этого решения 51200 (с учетом затрат фирмы на обследование), а без обследования 30000;

− при благоприятном прогнозе рынка необходимо строить большое предприятие (ОДО = 140000), при неблагоприятном прогнозе – малое предприятие (ОДО = 12000).

В условиях данного примера рассчитаем *ожидаемую ценность достоверной информации* (см. 3.4). При отсутствии точной информации ОДО = 30000. Если точная информация о состоянии рынка будет благоприятной, то необходимо строить большое предприятие (ОДО = 220000), если состояние будет неблагоприятным, то надо продать патент (ОДО = 12000). Так как первоначально мы предполагаем, что вероятности состояний рынка равны 0,5, то ОДОт.и (точной информации) будет

$$\text{ОДОт.и} = 0{,}5 \cdot 220000 + 0{,}5 \cdot 12000) = 116000.$$

Ожидаемая ценность точной информации равна

$$116000 - 30000 = 81000.$$

Это значение определяет максимальную цену, которую можно заплатить за достоверную информацию о состоянии рынка.

4.2. Анализ чувствительности решения

Принимаемые в соответствие с данным методом решения зависят от заданных вероятностей исходов. При каких изменениях вероятностей решения изменятся?

Проведем анализ чувствительности решения, полученного в примере 5, причем рассмотрим изменение только вероятности благоприятного прогноза состояния рынка р (на данный момент р = 0,4).

$$\text{ОДО}_{10} = p \cdot 140000 + (1 - p) \cdot 12000.$$

Приравнивая ОДО_{10} (с учетом стоимости затрат на обследование) к ОДО_1 получаем

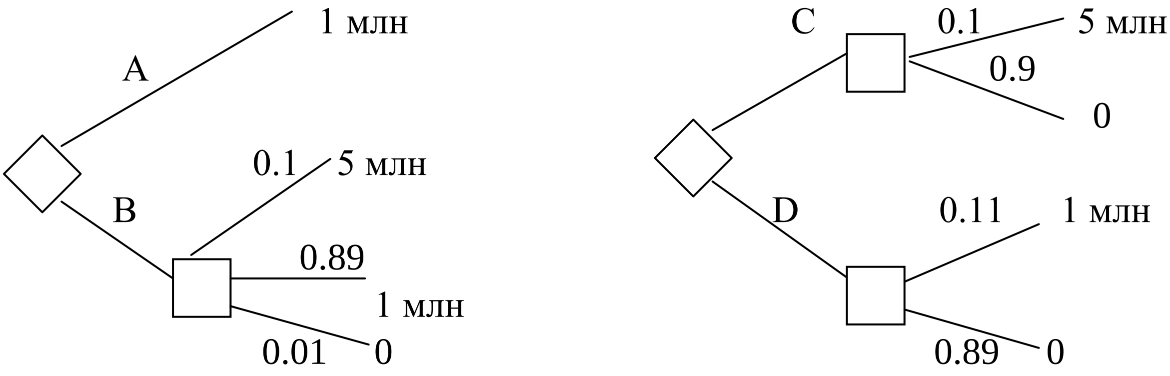
$$p \cdot 140000 + (1 - p) \cdot 12000 - 12000 = 30\,000,$$

откуда р = 0,23. Следовательно, если вероятность прогноза благоприятного состояния рынка будет меньше 0,23, то обращаться к экспертам нецелесообразно.

Полный анализ чувствительности включает рассмотрение допустимых диапазонов изменения для вероятностей всех остальных исходов.

4.3. Парадокс Алле

Рассмотрим две лотереи (рис. 4.3).



а) б)

Рис. 4.3. Дерево решений двух лотерей

Примем значение функции полезности F(5млн.) = 100, F(0) = 0 и пусть F(1млн.) = F.

В лотерее а) подавляющее большинство людей (не склонных к авантюризму) предпочитает альтернативу A (получить 1 млн. без риска) альтернативе B (принять участие в лотерее, где есть вероятность ничего не выиграть), т.е. полезность альтернативы A оценивается выше, чем полезность альтернативы B. Следовательно,

$$F > 0{,}1 \cdot 100 + 0{,}89 \cdot F, \text{ откуда } F > 10/0{,}11.$$

В лотерее б) большинство людей выберут альтернативу C (почти такая же вероятность выигрыша, как в D, но выигрыш в 5 раз больше). Поэтому

$$0{,}1 \cdot 100 > 0{,}11 \cdot F, \text{ откуда } F < 10/0{,}11.$$

Как мы видим, в данном примере люди выбирают решение, не соответствующее функции полезности.

Рассмотрим на рис. 4.4 другой пример лотерей:

а) б)

Рис. 4.4. Пример лотерей

ОДО этих лотерей одинаковая

$0{,}6 \cdot 60 - 0{,}4 \cdot 30 = 0{,}5 \cdot 48 = 24$, однако, при предъявлении этих лотерей различным людям оказалось, что они предпочли лотерею б), где нет риска проигрыша.

Рассмотренные выше примеры отражают огромную роль ЛПР, его отношение к риску, опытность и т.п.

4.4. Нерациональное поведение

Решения ЛПР, принятые не в соответствии с принципом максимизации ожидаемой полезности будем называть **нерациональным поведением**.

Причины отклонения от рационального поведения связаны не только с их личностными качествами, но и с формулировкой альтернатив.

<u>Рассмотрим пример «дилемма генерала».</u>

Есть две возможные дороги для вывода войск (600 чел.) из окружения, данные о возможных исходах потерь людей представлены на рис. 4.5.

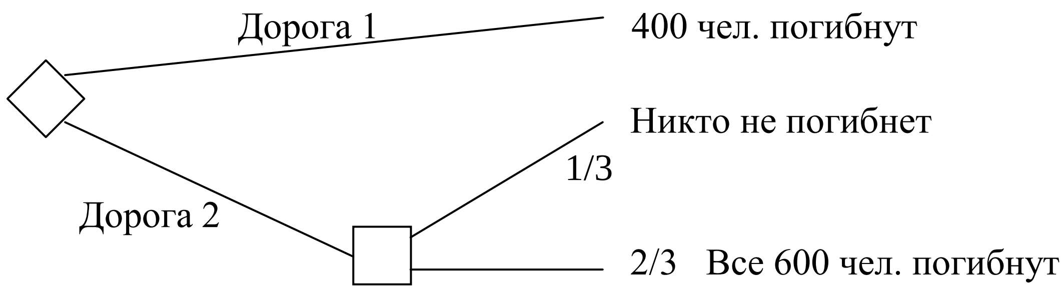


Рис. 4.5. Дилемма генерала (вариант гибели)

Большинство людей, которые рассматривали данную ситуацию, выбрали дорогу 1, избегая исхода гибели всего отряда.

Этот же пример был предоставлен людям в виде исходов спасения людей (рис. 4.6).

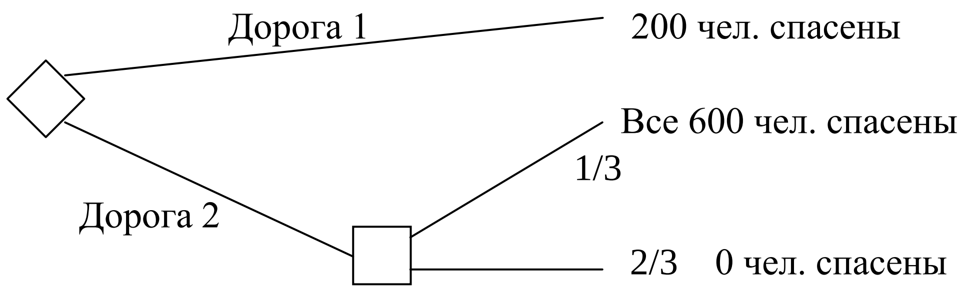


Рис. 4.6. Дилемма генерала (вариант спасения)

В этом случае большинство людей выбирают дорогу 2, так как здесь спасается весь отряд с вероятностью 1/3, хотя деревья решений на обоих рисунках эквивалентны, но имеют разное представление – одно в виде потерь, другое в виде выигрышей.

Нерациональное поведение может происходить по следующим причинам

− *Суждение по аналогии*. Часто люди судят о принадлежности объекта А к классу В по его похожести на некий типовой объект из В. Но не учитываются при этом количественные характеристики (возможные объемы наличия объектов А в классе В, объем рассматриваемой выборки и т.п.).

− *Суждение по собственному опыту*. Люди часто судят о вероятности событий по собственному опыту, который для большинства людей важней «закона больших чисел». Им важно, как часто они сами сталкивались с подобными событиями и насколько эти встречи были важны для них.

− *Суждение по начальной оценке*. Если задаются некоторые начальные оценки вероятностей, то они существенно «давят» на суждение.

− *Сверхдоверие*. Люди переоценивают свои суждения о вероятностях произошедших с ними событий (резких колебаний курсов ценных бумаг на бирже, редких природных явлений и т.п.

− *Стремление к минимизации потерь*. Люди соглашаются принять не лучшие альтернативы, лишь бы не допустить ситуаций, когда имеется хотя бы очень малая вероятность больших потерь.

Перечисленные выше субъективные причины имеют личностный характер и вытекают из объективных обстоятельств:

− недостаток опыта ЛПР;

− недостаток у ЛПР информации для принятия решения;

− ЛПР пытается найти решение по совокупности критериев, но его невозможно найти;

− противоречие между необходимым временем реализации решения и собственным временем планирования ЛПР.

Знание причин нерационального поведения позволяет более точно выявить предпочтение потребителей. Особо следует обращать внимание на форму постановки вопросов, возможности влияния начальных оценок вероятностей, фактора сверхдоверия и т.д.

Список рекомендованной литературы по теме

1. Эддоус, М. Методы принятия решений / М. Эддоус, Р. Стэнсфилд. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.

2. Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. – М.: Логос, 2000. – 296 с.

3. Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 2010. – 552 с.
4. Гельруд, Я.Д. Методы исследования в менеджменте: учебное пособие / Я.Д. Гельруд. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – 282 с.
5. Экономико-математические методы и прикладные модели / В.А. Половников и др. – М.: Финстатинформ, 1997. – 520 с.
6. Экономико-математические методы и прикладные модели / под ред. В.В.Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 490 с.
7. Жданов, С.А. Экономические модели и методы в управлении / С.А. Жданов. – М.: Дело и сервис, 1998. – 176 с.
8. Шикин, Е.В. Математические методы и модели в управлении / Е.В. Шикин, А.Г. Чхартишвили. – М.: ДЕЛО, 2000. – 440 с.
9. Черноруцкий, И.Г. Методы оптимизации и принятия решений: учебное пособие / И.Г. Черноруцкий. – СПб.: Издательство «Лань», 2001. – 384 с.
10. Карданская, Н.Л. Принятие управленческого решения / Н.Л. Карданская. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 407 с.
11. Андрейчиков, А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчиков. – М.: Финансы и статистика. 2001. – 368 с.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое дерево решений и как оно строится?
2. Как рассчитывается ожидаемая денежная оценка?
3. Как рассчитывается стоимость достоверной информации?
4. Анализ чувствительности решений
5. Парадокс Алле
6. Дилемма генералов
7. Как проявляется нерациональное поведение?
8. Причины нерационального поведения

Тема 5. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ

Выше были рассмотрены математические методы, ориентированные на решение многочисленных задач управления, в которых имелся один критерий оптимизации. Однако часто в задачах стратегического планирования отраслей, регионов, развития фирм, затрагивающих различные аспекты их деятельности, возникает необходимость оценивать варианты решений, используя несколько критериев. Задачи такого рода называются **многокритериальными,** их и рассмотрим в данной теме.

5.1. Понятие многокритериальности

Существует множество примеров многокритериальных задач, ниже мы ограничимся их схематической иллюстрацией. Рассмотрим, например, программу развития некоторого региона. Что конкретно понимается под эффективным развитием в этом случае? В силу какого критерия следует выбирать решение? Прежде всего, хотелось бы максимизировать количество рабочих мест, среднюю заработную плату, валовой объем производства предприятий региона. Желательно также улучшить экологическую обстановку, повысить качество бытового обслуживания населения. Что касается бюджетных расходов, то их хотелось бы минимизировать, а благосостояние населения региона максимизировать. При решении этой проблемы могут возникать дополнительные критерии.

Такая множественность критериев эффективности F_1, F_2,…,F_n, принимающих числовые значения, которых желательно максимизировать, или минимизировать, называется *многокритериальностью,* она характерна при решении многих задач принятия решений.

Существует ли решение, удовлетворяющее одновременно всем этим критериям? В общем случае не существует. Критерии, как правило, противоречивые, обращение в максимум одного из них, не влечет обращение в максимум или в минимум другие. В силу этого, часто применяемый лозунг: «достигнуть максимального эффекта при минимальных затратах» представляет собой ложную фразу и не должна рассматриваться при научном анализе.

Что же делать в случае, если необходимо оценить эффективность решения по нескольким критериям?

Малоквалифицированные специалисты по принятию решений, обычно сводят многокритериальную задачу к задаче однокритериальной, составляя при этом интегральную функцию от множества критериев и рассматривая ее в виде «обобщенного» критерия для принятия решения. Часто этот обобщенный критерий представляют в виде дроби, числитель которой включает все величины, которые желательно увеличить, а знаменатель – те, которые желательно уменьшить. Например, количество рабочих мест, среднюю заработную плату – в числитель, а расходы – в знаменатель.

Такой способ агрегирования нескольких критериев в один в принципе не верен, он предполагает, что уменьшение одного критерия может быть компенсировано за счет увеличения другого; это, в общем случае, не подтверждается на практике.

Рассмотрим «критерий ценности человека», предложенный Л.Толстым. Он представляет собой дробь, у которой в числителе стоят объективные достоинства человека, в знаменателе – его собственное мнение (оценки выставляются, например, по 10-бальной системе). Такой подход на первый взгляд кажется логичным. Но рассмотрим человека, который имеет незначительные объективные достоинства, но себя совсем не ценит. По критерию Л.И. Толстого (небольшое число делится на 0) такой человек будет обладать бесконечно большой ценностью!

Использование интегрального показателя в виде вышепредложенной дроби нередко приводит к подобным парадоксальным заключениям.

Часто применяется другой способ составления интегрального показателя эффективности в виде «взвешенной суммы» частных критериев, в которую каждый критерий F_i входит со своим «весом» q_i, который соответствует его важности:

$$F = q_1F_1 + q_2F_2 + \ldots + q_nF_n, \tag{5.1}$$

где $q_i>0$, если F_i желательно увеличить, и $q_i<0$, если F_i следует уменьшить.

Если веса q_1, q_2,…, q_n назначаются произвольным образом, то этот способ не лучше предыдущего, разве что интегральный критерий F не может обратиться в бесконечность. Человек, принимая решение в соответствие с данным критерием, должен предварительно приписать «весовые коэффициенты» разным показателям, а они зависят от личных пристрастий человека и могут меняться по ситуации.

Поясним это на примере. Спеша утром на работу, человек рассматривает следующие варианты: автобусом дешево, но долго; такси быстрей, но дорого.

Имеем типичную (упрощенную) двухкритериальную задачу принятия решений. Первый критерий – ожидаемое время в пути на работу Т, которое необходимо минимизировать. Второй критерий – стоимость проезда Р, ее тоже надо минимизировать. Но эти критерии несовместимы, при уменьшении одного увеличивается другой, а человек хочет принять компромиссное решение, приемлемое по двум критериям. При этом он подсознательно взвешивает критерии, пользуясь обобщенным показателем:

$$F = q_1 T + q_2 P \Rightarrow \min. \qquad (5.2)$$

Но весовые коэффициенты q_1, q_2 не объективны. Они зависят от величин p и T, и от ситуации. Например, если человек, желая сэкономить, увеличивает коэффициент при P, и, при этом, опаздывает на работу и получает выговор, то на следующий день он, вероятно, увеличит коэффициент при T. Если же веса q_1, q_2 назначать произвольно, то таким же произвольным получится «оптимальное» решение.

Полностью исключить субъективность в задачах выбора решений невозможно. Даже в однокритериальных задачах неизбежно она присутствует, или в выборе критерия эффективности или самой математической модели задачи. Субъективность тем более присутствует в многокритериальной модели. Встречаются, но редко задачи, когда при анализе показателей ясно, какой вариант выбрать. Этот вариант лучше других *по всем критериям*. Но чаще встречаются задачи, когда выбор решения неочевиден: улучшая один показатель, ухудшается другой. Полезно при этом проводить дополнительные расчеты, используя, возможно, формулы типа (5.1), критически их осмысливая.

Таким образом, получить оптимальное решение многокритериальной задачи в общем случае невозможно, математический аппарат только помогает отбросить заведомо худшие варианты решений, по всем показателям уступающие другим, и выбрать их оставшихся компромиссный вариант.

5.2. Оптимальность по Парето

Рассмотрим многокритериальную задачу принятия решений с n критериями $F_1, F_2, \ldots, F_n$. Предположим, что эти критерии необходимо максимизировать. Пусть множество возможных решений содержит варианты x_1 и x_2, у которых значения всех показателей $F_1, F_2, \ldots, F_n$ для решения x_1 больше либо равны соответствующим значениям критериев для решения x_2, при этом хотя бы одно значение строго *больше*. В этом случае решение x_1 вытесняет решение x_2 (говорят x_1 «доминирует» над x_2). В результате такого отбора сохраняются только «*оптимальные по Парето*», для которых не существует доминирующих решений.

Рассмотрим процедуру выбора паретовских решений. Имеется задача с критериями F_1 и F_2, которые требуется максимизировать. Обозначим множество возможных решений через $x_1, x_2, \ldots, x_k$. Для каждого решения вычислим значения критериев F_1, F_2, изобразим точку на плоскости с этими координатами и пронумеруем точки в соответствии с номером решения (рис. 5.1).

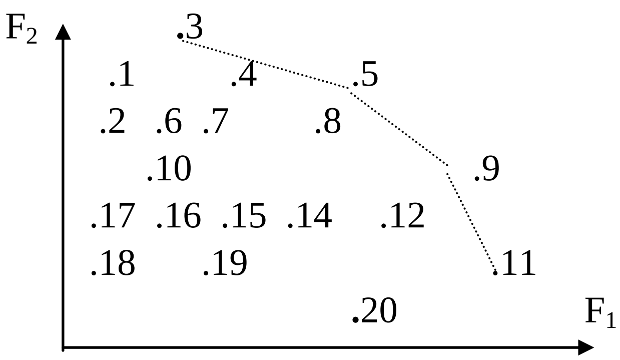


Рис. 5.1. Оптимальность по Парето

Из рисунка видно, что *доминирующими* будут решения x_3, x_5, x_9, x_{11}, точки на правой границе множества возможных решений, причем x_{11} – лучшее решение по критерию F_1, x_3 – лучшее решение по критерию F_2. Количество вариантов существенно сокращается, и из них уже следует выбрать вариант, предпочтительный для ЛПР.

Так же строится множество паретовских решений при количестве критериев больше двух (геометрическая интерпретация при этом невозможна, но это не меняет сути дела).

Рассмотрим пример рассмотрения бюджета Финляндии. Выбор решения оценивался по следующим критериям:

$K_!$ – увеличение ВНП, %;

K_2 – уменьшение безработицы, %;

K_3 – уменьшение инфляции, %;

K_4 – уменьшение дефицита торговли (млрд. марок).

В табл. 5.1 даны различные варианты выбора экономической политики.

Таблица 5.1

Вариантов и значения критериев

Вариант решения	$K_!$	K_2	K_3	K_4
1	– 2,74	3,28	8,16	2,24
2	0,57	2,81	9,00	5,27
3	1,81	2,64	8,88	6,54
Лучшие решения	7,18	1,88	8,16	1,21

Нижняя строка табл. 5.1 содержит лучшие значения критериев, если оптимизировать с учетом только одного критерия, не рассматривая другие.

Лучшие значения одновременно по всем критериям не достигаются. Приведенные варианты решений являются Парето-оптимальные в четырехкритериальной задаче. Действительно, вариант 1 имеет наименьшее значение дефицита торговли и инфляции, но отрицательный рост ВНП и наибольшую безработицу. Вариант 3 лучший по уровню безработицы и темпам роста ВНД, но имеет худший показатель по дефициту торговли. Такие противоречия типичны для вариантов многокритериальных задач.

Выбор окончательного решения по-прежнему является прерогативой человека, который в силу своего опыта и квалификации может взять на себя ответственность и принять *приемлемое* компромиссное решение.

Процесс выбора решения может строиться в *диалоговом* (*интерактивном*) режиме, при этом компьютер выдает значения критериев F_1, F_2,…, F_n, а ЛПР, проанализировав информацию, корректирует параметры критериев и расчеты повторяются до принятия приемлемого решения.

Часто используется на практике метод сведения многокритериальной задачи к однокритериальной посредством выделения и оптимизации одного главного критерия F_1, при этом все остальные критерии ограничить некоторыми приемлемыми значениями. Например, при стратегическом планировании развития региона можно минимизировать затраты, при этом обеспечить заданные темпы роста средней заработной платы, количества рабочих мест, уровень экологической безопасности и пр. При таком методе все критерии, кроме главного (затраты), переходят в заданные ограничения. Можно в режиме диалога вносить корректировки в эти ограничения.

Наиболее предпочтительный, на наш взгляд, является метод нахождения компромиссного решения, называемый *метод последовательных уступок*. Расположим критерии F_1, F_2,…, F_n в порядке убывания их важности. Находим сначала решение, оптимизирующее важнейший критерий $F_1 = F_1^*$. Далее делаем некоторую «уступку» ΔF_1, то есть уменьшим его на ΔF_1, если мы его максимизировали, или увеличим на ΔF_1, если минимизировали, переводим его в ограничение, после чего оптимизируем второй критерий F_2. Далее опять аналогично делаем «уступку» ΔF_2, переходим к оптимизации F_3, и т.д. Такой метод нахождения компромиссного решения позволяет сразу видеть, с помощью какой «уступки» по одному критерию получается выигрыш по другому.

Еще раз следует подчеркнуть, что задача выбора и обоснования решения многокритериальной задачи не может быть однозначно решена, а определяется *лицом, принимающим решение* (ЛПР). При этом необходимо предоставить ему в распоряжение соответствующие данные для облегчения выбора не «вслепую», а с четким представлением о преимуществах и недостатках всех возможных альтернатив.

5.3. Метод идеальной точки

Рассмотрим еще один *метод идеальной точки*, суть которого заключается в выборе из парето-оптимальных решений наименее удаленного от *точки утопии*, под которой понимается решение, имеющее наилучшие значения всех критериев (на практике это решение не достигается при заданных ограничениях). Ближайшим считается решение x, обращающее в минимум сумму квадратов отклонений значений всех критериев $F_i(x)$ от их наилучших значений F_1^*, F_2^*,…

Пример 1. Пусть множество допустимых планов описывается системой неравенств:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 4, \\ 0 \le y \le 2, \\ x + 2y \le 6. \end{cases}$$

Заданы две целевые функции

$$F_1 = x + y + 2,$$
$$F_2 = x - y + 6,$$

которые необходимо максимизировать.

На рис. 5.2 представлено множество возможных решений в пространстве переменных. Отрезок BC является множеством точек, оптимальных по Парето.

Действительно, в точке B F_2 принимает максимальное значение $F_2 = 10$ ($F_1 = 6$), а в точке C F_1 принимает максимальное значение $F_1 = 7$ ($F_2 = 9$).

Точка утопии M имеет координаты (7; 10).

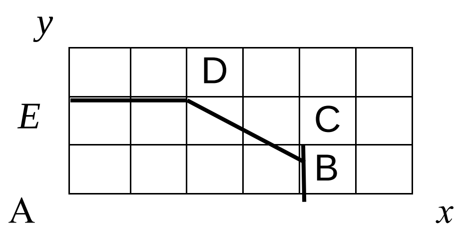


Рис. 5.2

На рис. 5.3 представлено множество возможных решений в пространстве критериев. Идеальная точка – точка на отрезке BC, ближайшая к точке утопии M. Эта точка имеет координаты $F_1 = 6{,}5$, $F_2 = 9{,}5$, следовательно

$$x + y + 2 = 6{,}5,$$

$$x - y + 6 = 9{,}5,$$

откуда $x = 4$, $y = 0{,}5$.

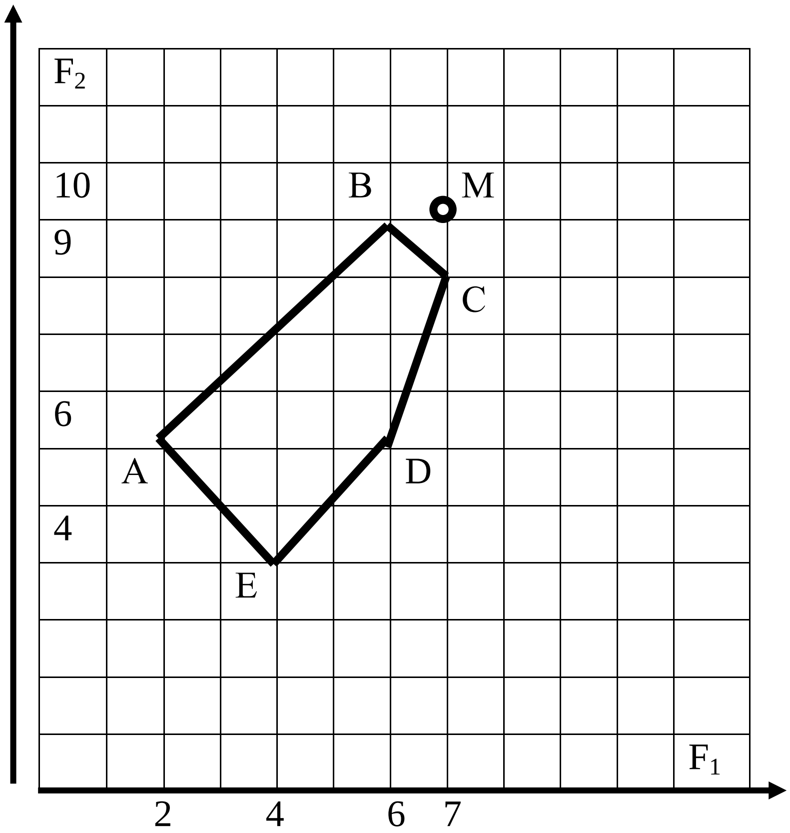


Рис. 5.3

5.4. Общая классификация эвристических методов решения многокритериальных задач

Основными методами решения многокритериальных задач являются:

– принцип равномерности;
– принцип справедливой уступки;
– принцип выделения одного оптимизируемого критерия;
– принцип последовательной уступки;
– метод идеальной точки.

Принцип равномерности провозглашает целесообразность выбора такого варианта решения, при котором достигалась бы некоторая “равномерность” показателей по всем локальным критериям. Используют следующие реализации принципа равномерности:

– принцип равенства;
– принцип максимина;
– принцип квазиравенства.

Принцип равенства выражается следующим образом:

– оптимальным считается вариант, принадлежащий области компромиссов, при котором все значения локальных критериев равны между собой. Однако случай $f_1 = f_2 = \ldots = f_k$ может не попасть в область компромиссов или вообще не принадлежать к области допустимых вариантов.

Принцип максимина выражается следующим образом:

– из области компромиссов выбирается вариант с минимальными значениями локальных критериев и среди них ищется вариант, имеющий максимальное значение. Равномерность в этом случае обеспечивается за счёт "подтягивания" критерия с наименьшим уровнем.

Принцип квазиравенства заключается в том, что стремятся достичь приближённого равенства всех локальных критериев. Приближение характеризуется некоторой величиной ε. Это принцип может быть использован в дискретном случае.

Следует отметить, что принципы равенства, несмотря на их привлекательность, не могут быть рекомендованы во всех случаях. Иногда даже небольшое отклонение от равномерности может дать значительный прирост одному из критериев.

Принцип справедливой уступки основан на сопоставлении и оценке прироста и убыли величины локальных критериев. Переход от одного варианта к другому, если они оба принадлежат области компромиссов, неизбежно связан с улучшением по одним критериям и ухудшением по другим. Сопоставление и оценка изменения значения локальных критериев может производиться по абсолютному значению прироста и убыли критериев (принцип абсолютной уступки), либо по относительному (принцип относительной уступки).

Принцип абсолютной уступки – целесообразным считается выбрать такой вариант, для которого абсолютное значение суммы снижения одного или нескольких критериев не превосходит абсолютное значение суммы повышения оставшихся критериев.

Можно показать, что принципу абсолютной уступки соответствует модель максимизации суммы критериев.

Недостатком принципа абсолютной уступки является то, что он допускает резкую дифференциацию уровней отдельных критериев, так как высокое значение интегрального критерия может быть получено за счёт высокого уровня одних локальных критериев при сравнительно малых значениях других критериев.

Принцип относительной уступки – целесообразно выбрать тот вариант, при котором суммарный относительный уровень снижения одних критериев меньше суммарного относительного уровня повышения других критериев. Принципу относительной уступки соответствует модель максимизации произведения критериев

Принцип относительной уступки весьма чувствителен к величине критериев, причём за счёт относительности уступки происходит автоматическое снижение “цены” уступки для локальных критериев с большой величиной и наоборот. В результате проводится значительное сглаживание уровней локальных критериев. Важным преимуществом принципа относительной уступки является также то, что он инвариантен к масштабу изменения критериев, то есть его использование не требует предварительной нормализации локальных критериев.

Принцип выделения одного оптимизируемого критерия заключается в том, что один из критериев является оптимизируемым и выбирают тот вариант, при котором достигается экстремум этого критерия. На другие критерии накладываются ограничения.

Принцип последовательной уступки и метод идеальной точки подробно описаны выше.

Список рекомендованной литературы по теме

1. Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 2010. – 552 с.

2. Гельруд, Я.Д. Методы исследования в менеджменте: учебное пособие / Я.Д. Гельруд. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. – 282 с.

3. Жданов, С.А. Экономические модели и методы в управлении / С.А. Жданов. – М.: Дело и сервис, 1998. – 176 с.

4. Замков, О.О. Математические методы в экономике / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – М.: ДИС, 1997. – 368 с.

5. Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. – М.: Логос, 2000. – 296 с.

6. Шикин, Е.В. Математические методы и модели в управлении / Е.В. Шикин, А.Г. Чхартишвили. – М.: ДЕЛО, 2000. – 440 с.

7. Черноруцкий, И.Г. Методы оптимизации и принятия решений: учебное пособие / И.Г. Черноруцкий. – СПб.: Издательство «Лань», 2001. – 384 с.

8. Подиновский, В.В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин. – М.: Наука, 1982. – 256 с.

9. Штойер, Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения / Р. Штойер. – М.: Радио и связь, 1992. – 364 с.

10. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М.: Айрис-пресс, 2002. – 422 с.

11. Кини, Р.Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р.Л. Кини, Х. Райфа. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.

12. Подиновский В.В. Методы принятия решений. Теория и методы многокритериальных решений: хрестоматия. – М.: ГУ-ВШЭ, 2005. – 242 с.

13. Лотов, А.В. Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей / А.В. Лотов, В.А. Бушенков, Г.К. Каменев, О.Л. Черных. – М.: Наука, 1997. – 423 с.

Веб-источники

14. http://www.terry.uga.edu/mcdm/

15. http://www.ccas.ru/mmes/mmeda

16. http://nimbus.mit.jyu.fi/

Вопросы для самопроверки

1. Понятие многокритериальности
2. Роль ЛПР при подходе исследования операций
3. Классификация многокритериальных методов в соответствии с ролью ЛПР
4. Какие существуют процедуры выбора решения
5. Преимущества и недостатки интерактивного режима
6. Сведение многокритериальной задачи к однокритериальной
7. Оптимальность по Парето
8. Пространство переменных и критериев
9. Метод последовательных уступок
10. Метод идеальной точки
11. Точки равновесия

Тема 6. УПРАВЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ

Организационная система состоит из коллективов людей, связанных определенными отношениями, выполняющих некоторые функции, необходимые для эффективного функционирования системы в целом, при этом отдельные элементы системы (подсистемы) могут преследовать собственные интересы. В рамках этих функциональных подсистем решаются свои задачи управления производством, маркетингом, финансами, инновациями, персоналом и т.п. Используемые здесь методы управления обладают своей спецификой и подробно рассматриваются в соответствующих дисциплинах, посвященных управлению организациями. Кроме того, общими для организации являются задачи *стратегического планирования, координации, мотивации и контроля.* При этом при планировании используются методы экстраполяции, построения сценариев, регрессионного анализа, моделирования, дельфийский, экспертный метод, факторный анализ, мозговой штурм, метод формирования дерева решений и т.д. Координация служит для обеспечения непрерывности и эффективности процессов организационного управления с использованием методов коммуникации. К методам мотивации относится: оплата труда, участие в прибылях, премиальные системы, повышение в должности, моральные стимулы, обучение и т.п. Методы контроля базируются на статистическом учете информации с проведением аналитических операций. Кроме этого, имеются специфические методы принятия решений, которые базируются на выявлении и поэтапном разрешении управленческих проблем.

В качестве примера использования специфических методов и моделей управления организационными системами ниже рассматривается задача распределения ресурсов.

6.1. Распределение ресурсов

Пусть имеется простейшая организационная система, которая состоит из Центра и n подсистем (Потребителей общего ресурса). На основании поданных заявок s_i от Потребителей Центр распределяет общий ресурс R. Если $\sum_{i=1}^{n} s_i > R$, (объем заявок превышает наличие ресурса – дефицит), то Центр должен определить объемы ресурсов x_i, выделяемые Потребителю i. Рассмотрим методы, которые могут быть использованы при этом распределении.

6.1.1. Механизм прямых приоритетов

Вместе с объемами заявок Центр рассматривает приоритеты каждого Потребителя, задаваемые числом P_i. *Механизм прямых приоритетов* осуществляет распределение ресурса R по правилу

$$x_i = \min\{s_i, \gamma P_i s_i\}, \tag{6.1}$$

где γ – некоторый параметр, определяемый из условия полного распределения ресурса

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = R, \tag{6.2}$$

Если все приоритеты P_i равны, тогда $x_i = \gamma s_i$, значит $\gamma = R / \sum_{i=1}^{n} s_i$.

(γ <1, все заявки уменьшаются пропорционально умножением на γ).

Пример 6.1. 6 Потребителей подали следующие заявки: 5, 9, 12, 6, 8 и 7. Общий ресурс Центра составляет $R = 40$. Распределяем ресурс с учетом равенства приоритетов. Вычисляем коэффициент пропорциональности

$$\gamma = R/ \sum_{i=1}^{n} s_i = 40/47 = 0{,}851.$$

Решение находим по формуле $x_i = \gamma s_i$:

$x_1 = 0{,}851 \cdot 5 = 4{,}25$, $x_2 = 0{,}851 \cdot 9 = 7{,}66$, $x_3 = 0{,}851 \cdot 12 = 10{,}21$,
$x_4 = 0{,}851 \cdot 6 = 5{,}11$, $x_5 = 0{,}851 \cdot 8 = 6{,}81$, $x_6 = 0{,}851 \cdot 7 = 5{,}96$.

Существенным недостатком этого способа распределения ресурса является то, что Потребители могут необоснованно завышать заявки, чтобы больше получить. При этом центру не известны реальные заявки потребителей.

При разных приоритетах ситуация меняется.

Пример 6.2. В дополнение к заявкам предыдущего примера зададим приоритеты Потребителей $P_1 = 1$, $P_2 = 2$, $P_3 = 3$, $P_4 = 4$, $P_5 = 5$, $P_6 = 6$.

Сначала вычисляем

$$\gamma_1 = R/ \sum_{i=1}^{n} P_i s_i = 40/165 = 0{,}2424.$$

Вычисляем первый вариант решения $x_i = \gamma_1 P_i s_i$:

$x_1 = 0{,}2424 \cdot 5 = 1{,}21$, $x_2 = 0{,}2424 \cdot 18 = 4{,}36$, $x_3 = 0{,}2424 \cdot 36 = 8{,}73$,
$x_4 = 0{,}2424 \cdot 24 = 5{,}82$, $x_5 = 0{,}2424 \cdot 40 = 9{,}7$, $x_6 = 0{,}2424 \cdot 35 = 8{,}48$.

Теперь по формуле (6.1) определяем удовлетворенные заявки Потребителей, т.е. $x_5 = 8$, $x_6 = 7$.

После этого осталось распределить $R_1 = 40 - 8 - 7 = 25$ единиц ресурса между оставшимися. Вычисляем

$$\gamma_2 = R_1/ \sum_{i=1}^{4} P_i s_i = 25/83 = 0{,}301.$$

Вычисляем следующее решение $x_i = \gamma_2 P_i s_i$:

$x_1 = 0{,}301 \cdot 5 = 1{,}51$, $x_2 = 0{,}301 \cdot 18 = 5{,}422$,
$x_3 = 0{,}301 \cdot 36 = 10{,}843$, $x_4 = 0{,}301 \cdot 24 = 7{,}229$.

По формуле (6.1) определяем удовлетворенные заявки Потребителей, это будет $x_4 = 7$. Теперь осталось распределить $R_2 = 25 - 7 = 18$ единиц между оставшимися. Вычисляем

$$\gamma_3 = R_2 / \sum_{i=1}^{3} P_i s_i = 18/59 = 0{,}305.$$

Вычисляем следующее решение $x_\text{i} = \gamma_3 P_i s_i$:

$x_1 = 0{,}305 \cdot 5 = 1{,}53$, $x_2 = 0{,}305 \cdot 18 = 5{,}492$, $x_3 = 0{,}305 \cdot 36 = 10{,}983$.

Больше полностью удовлетворенных заявок нет, следовательно, получено окончательное решение.

Полностью удовлетворены заявки с самым высоким приоритетом, однако возникает проблема установления объективных приоритетов.

6.1.2. Механизм обратных приоритетов

Этот механизм не дает Потребителю возможности произвольно завышать свои заявки. Распределение ресурса происходит по следующему правилу

$$x_i = \min\left\{ s_i, \gamma \frac{P_i}{s_i} \right\}, \tag{6.3}$$

где параметр γ определяется также из условия (6.2).

В соответствие с формулой (6.3) Потребитель получит максимальный ресурс, если его заявка удовлетворит условию

$$s_i = \gamma \frac{P_i}{s_i}.$$

Откуда

$$s_i = \sqrt{\gamma P_i}, \tag{6.4}$$

тогда максимальный объем заявки обеспечит $x_\text{i} = s_\text{i}$. Из соотношения (6.4) вычисляем γ:

$$\sqrt{\gamma} = \frac{R}{\sum_{i=1}^{n} \sqrt{P_i}}.$$

Определенная таким образом заявка Потребителя является *равновесной* в том смысле, что при отклонении от нее меньше будет выделено ресурса.

Пример 6.3. Приоритеты 5 потребителей следующие: 6, 8, 11, 15, 12. Общий ресурс составляет 60. Найти равновесные заявки по механизму обратных приоритетов.

$$\sqrt{\gamma} = \frac{60}{\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{11}+\sqrt{15}+\sqrt{12}} \approx 3,77.$$

Используя (6.4), получаем

$s_1 = 3.77 \cdot \sqrt{6} \approx 9,2,$

$s_2 = 3.77 \cdot \sqrt{8} \approx 10,7,$

$s_3 = 3.77 \cdot \sqrt{11} \approx 12,5.$

$s_4 = 3.77 \cdot \sqrt{15} \approx 14,6,$

$s_5 = 3.77 \cdot \sqrt{12} \approx 13,1.$

Заявки надо делать в соответствии с полученными значениями, любые другие числа уменьшат объемы заявок. Достоинством данного механизма является то, что нет смысла завышать заявки. Недостаток в том, что заявки могут удовлетворяться частично, меньше потребностей, и Центр не имеет возможности получить достоверную информацию о потребностях Потребителей.

6.1.3. Конкурсный механизм

В случае, когда заявки Потребителей рассчитаны точно на реализацию некоторых проектов и не подлежат уменьшению, применяется *конкурсный механизм*, для чего Центром проводится конкурс заявок. Победителям конкурса заявки удовлетворяются полностью, а между проигравшими распределяется остаток.

Этот механизм реализуется следующим образом. Потребители подают заявки s_i, и вместе с ними величины w_i, которые соответствуют ожидаемому эффекту от использования заявленных средств. По каждому Потребителю вычисляем коэффициент эффективности по формуле

$$e_i = \frac{w_i}{s_i}, \tag{6.5}$$

и удовлетворяем заявки полностью по убыванию коэффициента эффективности.

Пример 6.4. Пусть 5 Потребителей подали заявки в объеме 18, 15, 10, 8, 12 и сообщивших Центру следующие коэффициенты эффективности соответственно: 38, 28, 42, 25, 33. Необходимо распределить общий ресурс в размере 60, используя конкурсный механизм.

Вычислим коэффициенты эффективности по формуле (6.5):

$e_1 = 38/18 = 2,11,$ $e_2 = 28/15 = 1,87,$ $e_3 = 42/10 = 4,2,$

$e_4 = 25/8 = 3,12,$ $e_5 = 33/12 = 2,75.$

Удовлетворяем заявки по порядку убывания коэффициента эффективности, т.е. 3, 4, 5, 1, 2. Потребители 3, 4, 5, 1 получают полностью ресурс (10 + 8 + 12 + 18 = 48), а Потребителю 2 остается остаток 12 единиц.

В соответствии с данным механизмом распределение осуществляется пропорционально заявленным Потребителями эффектам, поэтому при практическом использовании конкурсного механизма требуется жесткая система контроля и последующих санкций за невыполнение взятых обязательств.

6.1.4. Механизм открытого управления.

Выше были рассмотрены механизмы, в которых Потребители для обеспечения лучшего распределения ресурса вынуждены искажать информацию, предоставляя Центру недостоверные данные о своих потребностях. Идея предлагаемого ниже механизма заключается в стимулировании Потребителей сообщать реальные потребности.

Суть механизма открытого управления: ресурс делится поэтапно поровну на всех Потребителей. При удовлетворении некоторых заявок, они удаляются из последующего распределения, ресурс Центра корректируется на уже распределенный объем, и распределение осуществляется между оставшимися заявками. В случае невозможности удовлетворить оставшиеся заявки на очередном этапе, распределение заканчивается, и оставшиеся Потребители получают равные объемы.

Пример 6.5. Пусть восемь Потребителей дали свои заявки 13, 5, 8, 3, 8, 10, 14, 6. Необходимо, используя механизм открытого управления, распределить 56 единиц ресурса.

Первый этап: распределяем всем по 56/8 = 7 единиц ресурса. Удовлетворяем полностью 2, 4 и 8-го Потребителя (на общую сумму 5 + 3 + 6 = 14 единиц). Остаток 56 – 14 = 42 распределяем между пятью оставшимися опять поровну, по 42/5 = 8,4 единиц ресурса. Удовлетворяются полностью заявки 3-го и 5-го Потребителей (на общую сумму 8 + 8 = 16 единиц). Остаток 42 – 16 = 26 распределяем между оставшимися тремя поровну, по 26/3 = 8,67, они (1, 6 и 7) неудовлетворенны, и распределение завершается.

Данный механизм позволяет части Потребителей удовлетворить полностью свои заявки, поэтому им нет смысла искажать реальные потребности. Остальные Потребители за счет искажения информации не могут обеспечить увеличение выделенного им ресурса. Таким образом, данный механизм открытого управления обеспечивает получение Центром достоверной информации о реальных потребностях Потребителей.

6.2. Управление посредством экспертного опроса

Рассматривается задача определения объема финансирования некоторого проекта, при этом n экспертов дают свою оценку объема s_i из отрезка [d, D], после чего необходимо найти итоговое решение x. Среднее арифметическое оценок экспертов $x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} s_i$ допускает *манипулирование*, т.е. эксперт может сознательно искажать (завышать или занижать) свою оценку, чтобы добиться необходимого ему результата.

Чтобы избежать манипулирования со стороны экспертов применяют различные методы. Самый простой из них – отбрасывают крайние оценки (минимальную и максимальную), но этот способ позволяет избавиться только от самых рьяных «лоббистов». Более эффективный способ заключается в следующем:

Оценки $\{s_i\}$ располагаются по возрастанию, отрезок [d, D] разбивается на n частей, нижние границы этих частей $\{v_i\}$ располагаются по убыванию. Итоговым решением является

$$x = \max \min \{s_i, v_i\}.$$

Пример 6.6. Пусть 6 экспертов сообщили следующие оценки из интервала [40,100]: 65, 90, 45, 80, 75, 90. Расчетные данные сведем в табл. 6.1.

Таблица 6.1

i	1	2	3	4	5	6
s_i	45	65	75	80	90	90
v_i	90	80	70	60	50	40
min $\{s_i, v_i\}$	45	65	**70**	60	50	40

В качестве итогового решения берется максимальное число в последней строке x = 70.

Список рекомендованной литературы по теме

1. Эддоус, М. Методы принятия решений / М. Эддоус, Р. Стэнсфилд. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.

2. Шикин, Е.В. Математические методы и модели в управлении / Е.В. Шикин, А.Г. Чхартишвили. – М.: ДЕЛО, 2000. – 440 с.

3. Латфуллин, Г.Р. Теория организации / Г.Р. Латфуллин. – СПб.: Питер, 2004. – 394 с.

4. Новиков, Д.А. Теория управления организационными системами / Д.А. Новиков. – М.: Физматлит, 2007. – 584 с.

5. Подлесных, В.И. Теория организации / В.И. Подлесных. – СПб.: Бизнес-Пресса, 2006. – 328 с.

6. Рогожин, С.В. Теория организации / С.В. Рогожин. – М.: Экзамен, 2003. – 320 с.

7. Румянцева, З.П. Общее управление организацией. Теория и практика / З.П. Румянцева. – М.: Инфра-М, 2007. – 304 с.

8. Франчук, В.И. Основы построения организационных систем / В.И. Франчук. – М.: Экономика, 1991. – 111 с.

9. Шеметов, П.В. Теория организации / П.В. Шеметов. – М.: Омега-Л, 2006. – 282 с.

10. Экономико-математические методы и прикладные модели / В.А. Половников и др. – М.: Финстатинформ, 1997. – 520 с.

11. Экономико-математические методы и прикладные модели / под ред. В.В.Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 490 с.

12. Жданов, С.А. Экономические модели и методы в управлении / С.А. Жданов. – М.: Дело и сервис, 1998. – 176 с.

13. Замков, О.О. Математические методы в экономике / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – М.: ДИС, 1997. – 368 с.

Вопросы для самопроверки

1. Управление организационными системами, их классификация
2. Распределение ресурсов в организационной системе
3. Механизм прямых приоритетов
4. Механизм обратных приоритетов
5. Конкурсный механизм
6. Механизм открытого управления
7. Управление посредством экспертного опроса

Тема 7. КОЛЛЕКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ

В первой части темы рассматриваются принципы и методы принятия коллективных решений в больших группах на хорошо знакомом всем примере – выборы в некий представительный орган одного из нескольких имеющихся кандидатов. Во второй части темы рассматриваются методы принятия решений в малых группах.

7.1. Парадокс Кондорсе

В истории демократических государств было много различных способов выборов в представительный орган. Один из таких способов предложил французский ученый де Кондорсе (1743–1794), суть которого в следующем: *кандидат, победивший при попарном сравнении любого другого кандидата, выигрывает выборы*.

Метод де Кондорсе считался рациональным и демократическим. Однако на практике вскоре был обнаружен парадокс, получивший его имя. Допустим, что в выборах участвуют три кандидата А, Б и В, и предпочтения 60 избирателей распределились следующим образом (табл. 7.1).

Таблица 7.1

Распределение голосов

Число проголосовавших	Предпочтения
23	А, Б, В
17	Б, В, А
2	Б, А, В
10	В, А, Б
8	В, Б, А

Кандидата А в сравнении с кандидатом В предпочли 23 + 2 = 25 избирателей, а кандидата В в сравнении с кандидатом А предпочли 60 – 25 = 35, т.е. В предпочтительнее А.

Аналогично сравнивая А и Б, Б и В, получаем: А предпочтительнее Б (33 против 27), Б предпочтительнее В (42 против 18). Получили противоречие.

Если в системе голосования ввести правило выхода во второй тур двух первых кандидатов, то в данном примере вышли бы А (23 голоса) и Б(19 голосов), а В остался бы за бортом, хотя при попарном сравнении он более предпочтителен, чем А.

Следующий пример показывает еще более парадоксальную ситуацию (табл. 7.2).

Таблица 7.2

Распределение голосов

Число проголосовавших	Предпочтения
23	А, В, Б
19	Б, В, А
16	В, Б, А
2	В, А, Б

При таком голосовании кандидат С попарно побеждает обоих кандидатов, но проигрывает им по *большинству голосов*, которые признали его лучшим.

7.2. Метод Борда

Этот метод заключается в подсчете числа баллов, которые набирает каждый кандидат. При n кандидатах первое место получает n баллов, далее по убыванию на 1, последнее место – один балл.

Рассчитаем по методу Борда пример на табл. 7.2.

Кандидат А получил 23·3 + 19·1 + 16·1 + 2·2 = 108 баллов,

кандидат Б получил 23·1 + 19·3 + 16·2 + 2·1 = 114 баллов,

кандидат В получил 23·2 + 19·2 + 16·3 + 2·3 = 138 баллов.

По методу Борда побеждает опять В, который проигрывает А и Б по *большинству голосов.*

Можно привести еще более казусный пример (табл. 7.3).

Таблица 7.3

Распределение голосов

Число голосующих	Предпочтения
31	А, С, В
12	В, С, А
17	С, В, А

Кандидат А набрал 31·3 + 12·1 + 17·1 = 122 баллов,

кандидат В набрал 31·1 + 12·3 + 17·2 = 101 баллов,

кандидат С набрал 31·2 + 12·2 + 17·3 = 137 баллов.

В соответствие с методом Борда опять побеждает С, однако кандидат А набрал **абсолютное большинство голос**ов: 31 из 60!

7.3. *Аксиомы Эрроу*

Существует ряд других систем голосования, к примеру, многотуровое голосование с вычеркиванием аутсайдеров, система исключения нежелательных кандидатов и т.д.

К. Эрроу в 1951 г. провел исследование всевозможных систем голосования. Им было введено понятие «идеальной» системы выборов, которая должна отвечать ряду требований: быть *рациональной* (не иметь противоречий), быть *демократической* (один избиратель – один голос) и быть *решающей* (позволять осуществить однозначный выбор). Такая «идеальная» система должна удовлетворять предложенному Эрроу набору аксиом, которые формировались исходя из здравого смысла и интуитивного понятия справедливости.

- **Аксиома единогласия**. Коллективный выбор должен повторять в точности единогласное мнение всех голосующих.

- **Аксиома универсальности**. Система голосования должна учитывать все возможные распределения голосов.

- **Аксиома независимости от несвязанных альтерн**атив. Если избиратель считает, что то это Предпочтение кандидата А по сравнению с Б не должно быть связано с отношением избирателя к другим кандидатам. Это требование часто нарушается при судействе в фигурном катании. Оценивая двух сильных фигуристов, судьи оставляют шанс победить третьему сильному кандидату, для чего занижают оценку А по сравнению с Б при примерно равном их выступлении.

- **Аксиома полноты**. Любая пара кандидатов должна иметь возможность сравнения для определения лучшего.

- **Аксиома транзитивности**. Если по мнению избирателей кандидат Б не лучше кандидата А, а кандидат В не лучше кандидата Б, то кандидат В не лучше кандидата А. Это требование обеспечивает рациональность системы голосования.

Эрроу доказал так называемую «теорему невозможности», суть которой в том, что невозможно создать демократическую систему голосования, удовлетворяющую всем вышеперечисленным аксиомам. Для выполнения всех пяти аксиом требуется наличие диктатора – личности, которая диктует всем избирателям свои предпочтения. Многочисленные предложения по изменению аксиом Эрроу, смягчению отдельных требований приводили к созданию систем голосования, которые обладали рядом существенных недостатков.

С практической точки зрения важно понимать, как часто нарушаются одновременно все аксиомы. Анализ показал, что при соблюдении первых четырех аксиом рациональность (аксиома транзитивности) нарушается примерно в 6 – 9% случаев.

Примириться с «теоремой невозможности» Эрроу могут слова У. Черчиля: «демократия является плохой формой правления, но человечество пока не придумало ничего лучшего».

7.4. Принятие коллективных решений в малых группах

Основной для группового принятия решений является поиск компромисса, удовлетворяющего всех членов группы. Такие задачи возникают при обсуждении в представительных органах власти законопроектов, в региональных органах управления при распределении бюджета, на совете директоров при обсуждении перспективного плана развития предприятия. Наиболее перспективным направлением решения данной проблемы является организация работы группы с помощью посредника (аналитика, консультанта), организация так называемых *конференций по принятию решений*.

Такая конференция длится один-два дня, при этом члены группы занимаются исключительно разработкой и обсуждением стратегии. Консультант конструктивно регулирует этот процесс, задает вопросы, выясняет сильные и слабые стороны предлагаемых вариантов. Он помогает членам группы найти компромиссные решения (при возможности), достойно отклонить варианты, имеющие очевидные недостатки.

Практический опыт организации и проведения конференций диктует целесообразность осуществления нижеследующих последовательных действий.

7.4.1. Предварительный этап

- определение списка критериев;
- разработка шкал оценки по критериям;
- сбор информации.

7.4.2. Анализ собранной информации

- вычисление общих отклонений между членами группы;
- выявление совпадающих точек зрения членов группы о преимуществе по каждому критерию одного проекта над другим;
- определение критериев, по которым противоречия между членами группы проявляются в наибольшей степени;
- выявление коалиций между членами группы;
- выявление среднего мнения каждой коалиции и группы в целом.

7.4.3. Проведение конференции

Результаты проведенного анализа выносятся на общее обсуждение проблемы. Рассматриваются расхождения мнений членов группы по отдельным критериям, при необходимости запрашивается и анализируется дополнительная информация. Успех конференций в значительной степени зависит от квалификации посредника. Он должен уметь вести дискуссию, разбираться в обсуждаемой проблеме и имеющихся разногласиях, вовремя давать слово члену группы, который наиболее продуктивно в данный момент может повлиять на ход дискуссии.

Список рекомендованной литературы по теме

1. Ларичев, О.И. Теория и методы принятия решений / О.И. Ларичев. – М.: Логос, 2000. – 296 с.

2. Карданская, Н.Л. Принятие управленческого решения / Н.Л. Карданская. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 407 с.

3. Андрейчиков, А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчиков. – М.: Финансы и статистика. 2001. – 368 с.

4. Экономико-математические методы и прикладные модели / В.А. Половников и др. – М.: Финстатинформ, 1997. – 520 с.

5. Экономико-математические методы и прикладные модели / под. ред. В.В.Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 490 с.

6. Жданов, С.А. Экономические модели и методы в управлении / С.А. Жданов. – М.: Дело и сервис, 1998. – 176 с.

Вопросы для самопроверки

1. Коллективные решения
2. Предложение Кондорсе и парадокс его имени
3. Метод Борда
4. Аксиомы и «теорема невозможности» Эрроу
5. Принятие коллективных решений в малых группах
6. Роль консультанта в принятии решений
7. Методы, используемые консультантом в процессе принятия решений
8. Последовательность действий при организации и проведении конференций

Тема 8. СОСТЯЗАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

8.1. Основные понятия теории игр

Решение многих задач управления в организационных системах заключается в максимизации полезности в условиях выполнения ряда ограничений по времени, материальным и трудовым ресурсам, сбалансированности бюджета, экологическим требованиям и пр. При этом на действия субъекта управления не влияют действия других субъектов.

Однако зачастую в других ситуациях возникают конфликты между субъектами управления, которые требуют разрешения. Конфликты интересов могут возникать между законодательным и исполнительным органом, между конкурирующими за бюджет подразделениями, между кандидатами на выборах и т.п. В более сложных случаях возникают коалиции субъектов, участвующих в управлении организационной системы. Решение таких задач связано со сложными вопросами о стратегиях поведения субъектов, соответствующие математические модели и методы решения этих проблем называются теорией игр. Таким образом, теория игр занимается выбором оптимальной (эффективной, рациональной, выигрышной) стратегии субъекта управления в условиях противоборства с другими субъектами, при этом используется соответствующая терминология.

Игра – это совокупность правил и процедур, которым подчиняются ее участники (игроки) для достижения цели. Каждый игрок может выбрать *ход* из множества возможных. Достижение цели игры сопровождается каким-нибудь результатом (выигрышем). Выигрыш рассматривается в количественном выражении, отрицательное его значение означает проигрыш.

В *игре с нулевой суммой* выигрыши всех участников в сумме равны нулю.

Стратегия – это принятый игроком способ выбора каждого хода в игре.

Конечная игра содержит конечное число ходов и стратегий.

Платежная матрица определяет выигрыши игроков в результате завершения игры.

<u>Пример игры двух участников с нулевой суммой</u>.

Пусть участник А имеет n возможных ходов, а участник Б имеет m ходов. Каждый игрок делает один ход, при этом А выигрывает у Б сумму a_{ij}, если А выбрал i-й ход ($i = 1,2,\ldots,n$), а Б выбрал j-й ход ($j = 1,2,\ldots,m$). Платежная матрица в этом случае имеет вид (для игрока А):

$$\mathbf{A} = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots a_{nm} \end{bmatrix}$$

Так как выигрыш игрока А является проигрышем игрока Б, то платежная матрица игрока **Б** = – **А**.

Оптимальной стратегией игрока называется выбор хода (из возможных), который обеспечивает максимальный выигрыш при любом ходе противника. *Решение* игры – это нахождение оптимальных стратегий игроков.

Чистой стратегией игрока называется выбор одного и того же хода, комбинация чистых стратегий является *смешанной стратегией.* При решении игры используется критерий **минимакса-максимина**. В силу этого критерия игрок А выбирает стратегию, максимизирующую минимальный выигрыш, который может быть получен при каждом ходе игрока Б. Игрок Б выбирает ход, который минимизирует его максимальный проигрыш при каждом ходе игрока А.

Пример применения данного критерия

Игрок Б

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Рассмотрим платежную матрицу игрока А. При выборе им первой стратегии, его выигрыш будет не меньше $\min\{-2, -4\} = -4$ независимо от выбора игрока Б. Если игрок А выберет вторую стратегию, его гарантированный выигрыш составит $\min\{-1, 3\} = -1$, и, наконец, при выборе третьей стратегии, гарантированный выигрыш составит $\min\{1, 2\} = 1$. Следовательно, игрок А должен выбрать третью стратегию, максимизируя тем самым минимальный выигрыш. Он составит $\max\{-4, -1, 1\} = 1$. Такая стратегия игрока А называется **максиминной стратегией**, а полученное значение выигрыша – **нижним (максиминным) значением** игры.

Цель игрока Б – минимизировать проигрыш. Сделав первый ход, он проиграет не более $\max\{-2, -1, 1\} = 1$ независимо от хода противника. Второй ход обеспечит проигрыш не более $\max\{-4, 3, 2\} = 3$. Тогда игроку Б следует выбрать первую стратегию, которая обеспечит минимальный проигрыш $\min\{1, 3\} = 1$. Такая стратегия игрока Б является **минимаксной**, а полученное значение проигрыша – **верхним (минимаксным) значением** игры.

В случае совпадения нижнего значения игры с верхним возникает *ситуация равновесия*, задача решается в чистых стратегиях, которые образуют *седловую точку*, иначе следует определять оптимальную смешанную стратегию.

Примеры матричных игр

1. "Орлянка". Игроки А и Б одновременно бросают по монете. Если выпадают два орла или две решки, то выигрывает игрок А, иначе игрок Б. Если разыгрывается единичная ставка, то платежная матрица этой игры имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. "Камень, ножницы, бумага". Это древнейшая тюремная игра, в которую играют на пальцах. Выброшенное количество пальцев (1, 2, 3) соответствует выбранному предмету, камень побеждает ножницы, бумага – камень и ножницы – бумагу. При выборе игроками одинаковых предметов результат партии считается ничейным. Платежная матрица игры имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Пусть некоторая игра имеет следующая матрицу выигрышей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Первые две игры не имеют седловой точки (нет ситуации равновесия), поскольку нижнее значение обеих игр равно –1, а верхнее значение равно 1. Третий пример имеет ситуацию равновесия

$\max\min\{a_{ij}\} = \max\{-2, -2, 2, -2\} = 2$ и $\min\max\{a_{ij}\} = \min\{4, 2, 3\} = 2$,

т.е. существует седловая точка (3,2) – выбор первым игроком третьей стратегии, а вторым – второй. При этом значение этой игры равно 2.

Матричные игры, в которых имеется ситуация равновесия, редко случаются на практике, рациональные решения игроков в таких играх однозначно предопределены. В каждый партии такой игры исход будет неизменным. В играх же без седловой точки игроки не рискуют выбирать неизменную чистую стратегию, так как противник легко "расшифровывает" подобные действия. В этом случае для решения игры необходимо искать оптимальную смешанную стратегию.

8.2. Математическая модель игры

Под смешанными стратегиями будем понимать применение чистых стратегий с некоторыми вероятностями (частотами) $p_1, p_2,.., p_n$. Естественно

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1, \quad p_i \geq 0 \text{ для всех i.}$$

Справедлива теорема Д. фон Неймана (примем ее без доказательств), которая утверждает, что для любой платежной матрицы существуют оптимальная смешанная стратегия $(p_1^*, p_2^*,.., p_n^*)$, максимизирующая ожидаемый выигрыш игрока А, не зависящий от ходов игрока В (этот выигрыш называется *ценой игры* и обозначается через g).

Математическая модель игры для игрока А представляется в виде:

минимизировать $F = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$

при ограничениях

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{n1}x_n \geq 1, \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{n2}x_n \geq 1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + \ldots + a_{nm}x_n \geq 1, \end{cases} \qquad (8.1)$$
$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0.$$

Получилась задача линейного программирования, ее применение в системах управления и метод решения будет рассмотрен в следующем семестре.

Имейте в виду: каждая строка ограничений получается из коэффициентов столбцов платежной матрицы!

Из полученного решения задачи (8.1) $(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$, разделив каждый x_i^* на $F^* = x_1^* + x_2^* + \ldots + x_n^*$, получаем $p_i^* = x_i^*/F^*$ – оптимальную смешанную стратегию игрока А $(p_1^*, p_2^*,.., p_n^*)$, при этом *цена игры* $g = 1/F^*$.

Платежную матрицу можно упростить:

Лемма 1. При прибавлении к ее каждому элементу одного и того же числа, решение не меняется, а цена игры меняется на прибавленную величину.

Лемма 2. При умножении каждого элемента на одно и то же не нулевое число, решение не меняется, а цена игры меняется во столько же раз.

Рассмотрим некоторые игровые задачи.

Пример 8.1. Рассмотрим тотализатор на ипподроме. В забеге участвуют 3 лошади. В случае победы одной из них выплаты относятся к ставке как 1:1, 3:1 и 4:1. Составим платежную матрицу игрока на тотализаторе:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

Здесь по строкам расположены стратегии игрока (на какую лошадь делать единичную ставку), а столбцы соответствуют исходу гонок (какая лошадь придет первой).

Используем лемму 1 и прибавим для упрощения матрицы к каждому ее элементу 1, оптимальные стратегии не изменятся, а значение игры увеличится на 1, получим:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

В соответствие с (8.1) задача примет вид:
минимизировать $F = x_1 + x_2 + x_3$
при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + 0x_2 + 0x_3 \geq 1, \\ 0x_1 + 4x_2 + 0x_3 \geq 1, \\ 0x_1 + 0x_2 + 5x_3 \geq 1, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Так как переменные между собой не связаны, то минимум их суммы будет достигнут при минимуме каждой переменной, т.е. решение задачи будет:

$$x_1^* = 1/2,\ x_2^* = 1/4,\ x_3^* = 1/5.$$

Значение упрощенной игры $1/F^* = 1/(x_1^* + x_2^* + x_3^*) = 20/19$, откуда значение исходной игры равно $20/19 - 1 = 1/19$, положительное значение!

$$p_1^* = x_1^*/F^* = 10/19,\ p_2^* = x_2^*/F^* = 5/19,\ p_3^* = x_3^*/F^* = 4/19.$$

Получили при данных ставках удивительный результат. Если сделать ставки на всех лошадей пропорционально полученным значениям коэффициентов смешанной стратегии 10:5:4, то выигрыш игрока составит 1/19 поставленной суммы, независимо от исхода гонок. Действительно, если поставить 10 млн. на первую лошадь, 5 млн. на вторую и 4 млн. на третью (всего 19 млн.), то, если победит первая, выигрыш составит $10 - 5 - 4 = 1$ млн. Если победит вторая, то выигрыш составит $5\times3 - 10 - 4 = 1$ млн. Если победит третья, то выигрыш составит $4\times4 - 10 - 5 = 1$ млн. (Это редкий случай, когда цена игры в подобных мероприятиях положительная для участника, подобное было на королевских дерби в Лондоне в 1904 году).

Пример 8.2. Рассматриваются варианты вложений в сельское хозяйство. Прогноз доходов за год при разной урожайности представлен в таблице.

Варианты вложений	Урожайность		
	хорошая	средняя	плохая
1. АО «Сельхозтехника»	40	30	20
2. АО «Агроимпорт»	0	100	250
3. АО «Агроэкспорт»	150	50	–50

Доходы в платежной матрице приведены в процентах от вложенного капитала. Как распорядиться капиталом, чтобы получить наибольший доход? Искомые переменные p_1, p_2, p_3 определяют пропорции вложений. Заметим, что элементы первой строки платежной матрицы меньше средних арифметических соответствующих элементов второй и третьей строк, и она может быть удалена (первый вариант инвестиций заведомо неэффективен по сравнению с комбинацией второго и третьего вариантов – вкладывать деньги поровну во второй и третий проект). Получаем задачу линейного программирования:

минимизировать $F = x_2 + x_3$

при ограничениях

$$\begin{cases} 0x_2 + 150x_3 \geq 1, \\ 100x_2 + 50x_3 \geq 1, \\ 250x_2 - 50x_3 \geq 1, \\ x_1 = 0,\ x_2,\ x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Решая данную задачу стандартными средствами (рассмотрим их в следующем семестре) получим следующее решение

$$x_1{}^* = 0,\ x_2{}^* = 1/150,\ x_3{}^* = 1/150.$$

Значение игры $1/F^* = 1/(x_1{}^* + x_2{}^* + x_3{}^*) = 150/2 = 75$, откуда

$$p_1{}^* = 0,\ p_2{}^* = x_2{}^*/F^* = 75/150 = 1/2,\ p_3{}^* = x_3{}^*/F^* = 75/150 = 1/2.$$

Таким образом, оптимальной стратегией является вложение капитала равными долями во второй и третий варианты, при этом гарантированный доход составит 75% при любой урожайности.

Список рекомендованной литературы по теме

1 Экономико-математические методы и прикладные модели: учебное пособие для вузов / под ред. В.В. Федосеева. – 2-е изд. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 304 с.

2. Бережная, Е.В. Математические методы моделирования экономических систем: учебное пособие / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 368 с.

3. Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе: учебное пособие для студентов вузов / А.М. Дубров, Б.А. Лагоша, Е.Ю. Хрусталев,

Т.П. Барановская; под ред. Б.А. Лагоши. – 2-е изд. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 222 с.

Вопросы для самопроверки

1. Как составляется платежная матрица?
2. Как определить верхнюю и нижнюю цену игры? Что такое седловая точка игры?
3. Что означает решение игры в смешанных стратегиях.
4. Каковы основные термины и определение теории игр?
5. Определите и запишите антагонистическую матричную игру.
6. Каков принцип минимакса?
7. Когда следует использовать смешанные стратегии и как их найти?
8. Понятие и примеры матричных антагонистических игр с нулевой суммой.
9. Задача определения оптимальной смешанной стратегии в антагонистической матричной игре с нулевой суммой и её экономическая интерпретация.
10. Понятие и экономическая интерпретация цены игры. Определение цены матричной антагонистической игры с нулевой суммой.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К РЕШЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Основная цель раздела «Практикум» – получение практических навыков решения конкретных задач и примеров по основным темам дисциплины. Практические задания выполняются по завершению изучения каждой темы, за исключением темы 1. Понятия этой темы являются базовыми и используются во всех последующих темах.

Изложение решения задач должно быть кратким, не загромождено текстовыми формулировками используемых утверждений и определений; простые преобразования и арифметические выкладки пояснять не следует. Степень подробности изложения решений задач должна соответствовать степени подробности решения примеров в соответствующих разделах теоретических материалов. Ключевые идеи решения следует обосновывать ссылкой на использованные утверждения и приводить номера соответствующих формул.

Тема 2

Таблица

Ранги, проставленные 5 экспертами

Эксперты	Ранги для проектов					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	1	4	6	5
3	2	1	4	5	6	3
4	1	3	2	5	6	4
5	3	1	5	2	6	4

1. Определить степень согласованности всех пар экспертов с помощью коэффициента ранговой корреляции Спирмена.

2. Определить степень согласованности мнений группы экспертов (вычислить коэффициент конкордации).

Тема 3

1. Издатель обратился в отдел маркетинга, чтобы выяснить предполагаемый спрос на книгу. Исследования отдела маркетинга показали:

Спрос на книгу в ближайшие 3 года, экз.	2000	3000	4000	5000
Вероятность	0,1	0,5	0,2	0,2

Чистая прибыль составляет 160 руб. за книгу. Если книга не продается, убытки составляют 140 руб. за штуку.

Используя каждое из правил принятия решений, определите, сколько книг должно быть издано в трехлетний период.

2. Издатель не предполагал, что для решения поставленных в упражнении 1 задач нужно поинтересоваться мнением директора по маркетингу и финансового директора относительно полезности различных сумм дохода:

Доход, тыс. руб.	0	10	20	30	40	50
Полезность с точки зрения:						
директора по маркетингу	0	10	20	35	55	100
финансового директора	0	40	70	85	95	100

а) Постройте два графика полезности и определите по ним отношение к риску обоих директоров.

б) По данным упражнения 2, используя поочередно графики полезности каждого директора, определите полезность доходов. Пересмотрите тираж, используя правило максимизации ожидаемой полезности. Что посоветовал бы каждый директор?

Тема 4

1. В банк обратились с просьбой о предоставлении кредита для финансирования проекта в сумме 150 000 руб. сроком на один год. Банк может предоставить ссуду под 15% годовых или положить их на депозит со 100%-ной гарантией возврата, но под 9% годовых. Из прошлого опыта банку известно, что 4% подобных клиентов ссуду не возвращают. Какой вариант действий для банка предпочтительней?

2. В дополнение к предыдущей информации банк решает вопрос, проверять ли кредитоспособность клиента перед тем, как выдавать заем. Аудиторская фирма берет с банка 800 руб. за проверку клиента. В результате этого перед банком встают две проблемы: первая – проводить проверку или нет, вторая – выдавать после этого заем или нет.

При решении первой проблемы банк руководствуется статистикой, основанной на опыте обращения к данной аудиторской фирме. Пусть данные о 1000 проведенных проверок и последующих фактических возвратах сведены в таблицу.

Рекомендации аудиторской фирмы и возврат ссуды

Рекомендации после проверки кредитоспособности	Фактический результат		
	клиент ссуду вернул	клиент ссуду не вернул	всего
Давать ссуду	735	15	750
Не давать ссуду	225	25	250
Всего	960	40	1000

Какое решение должен принять банк?

Тема 5

1. Множество допустимых планов описывается системой неравенств:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 1, \\ 0 \le y \le 1. \end{cases}$$

Заданы две целевые функции

$F_1 = 2x \to \max$,

$F_2 = x - y - 1 \to \min$.

Найти идеальную точку.

2. Множество допустимых планов описывается системой неравенств:

$$\begin{cases} 0 \le x \le 1, \\ 0 \le y \le 1. \end{cases}$$

Заданы две целевые функции

$F_1 = 2x + 1 \to \max$,

$F_2 = 2y + 3 \to \max$.

Найти идеальную точку.

Тема 6

1. Имеется 8 Потребителей, подавших заявки в размере 10, 18, 15, 25, 12, 14, 20, 16 и сообщивших Центру соответственно следующие показатели эффективности: 26, 38, 15, 32, 28, 22, 35, 16. Показатели эффективности можно считать также приоритетами (больший показатель эффективности указывает на больший приоритет). Как распределить ресурс объемом 90 в соответствии с конкурсным механизмом, прямыми и обратными приоритетами?

2. Имеется 10 Потребителей, подавших заявки в размере 22, 13, 10, 18, 15, 25, 12, 14, 20, 16 и сообщивших Центру соответственно следующие показатели эффективности: 25, 30, 26, 38, 15, 32, 28, 22, 35, 16. Показатели эффективности можно считать также приоритетами (больший показатель эффективности указывает на больший приоритет). Как распределить ресурс объемом 140 в соответствии с конкурсным механизмом, прямыми и обратными приоритетами?

3. Имеется 5 Потребителей, подавших заявки в размере 25, 12, 14, 20, 16 и сообщивших Центру соответственно следующие показатели эффективности: 32, 28, 22, 35, 16. Показатели эффективности можно считать также приоритетами (больший показатель эффективности указывает на больший приоритет). Как распределить ресурс объемом 90 в соответствии с конкурсным механизмом, прямыми и обратными приоритетами?

Тема 7

1. Пусть на голосование поставлены три кандидата A, B и C, и голоса 100 избирателей распределились, как ниже в таблице.

Распределение голосов

Число голосующих	Предпочтения
25	A, C, B
23	A, B, C
17	B, C, A
12	B, A, C
10	C, A, B
13	C, B, A

Определите победителя по системам голосования Кондорсе, Борда, а также по принципу большинства. Предложите свой принцип голосования, который удовлетворял бы всем аксиомам Эрроу.

Тема 8.

Задача 1. Найти нижнюю и верхнюю цену игры и седловую точку.

2	4	1	5
1	–1	3	2
5	2	–4	0
–2	5	–3	–4

Задача 2. По платежной матрице

$$\begin{Vmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 7 & 6 \\ 7 & 6 & 10 & 8 & 11 \\ 8 & 5 & 4 & 7 & 3 \end{Vmatrix}$$

найти нижнюю и верхнюю цену игры.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа является частью итогового контроля знаний и навыков студентов. При выполнении работы студент учится работать со специальной литературой, обрабатывать полученную информацию, творчески ее использовать.

Также как и при выполнении практических заданий, изложение решений контрольной работы должно быть кратким, не загромождено текстовыми формулировками используемых утверждений и определений; простые преобразования и арифметические выкладки пояснять не следует. Степень подробности изложения решений курсовой работы должна соответствовать степени подробности решения примеров в соответствующих разделах теоретических материалов. Ключевые идеи решения следует обосновывать ссылкой на использованные утверждения и приводить номера соответствующих формул.

Задание на курсовую работу

Необходимо провести сравнение политических партий России. Выберите 10 партий из 42 зарегистрированных. В качестве параметров для сравнения возьмите набор альтернативных подходов к решению наиболее характерных вопросов, ответы на которые в своей совокупности дают достаточно оснований для политической идентификации объекта.

1) отказ от марксизма – догматическое следование марксизму;
2) классовый подход – отрицание классового подхода;
3) многопартийность – однопартийная система;
4) преследование инакомыслия – деидеологизация;
5) СНГ – унитарное государство;
6) плановая экономика – рынок, свободное предпринимательство;
7) частная собственность – общественная собственность на средства производства;
8) обвальная приватизация – отказ от приватизации;
9) отказ от государственного регулирования экономики – государственное регулирование экономики;
10) частные, фермерские хозяйства – государственные и коллективные хозяйства;
11) партия авангардного типа – партия парламентского типа;
12) широкие экономические связи – опора на собственные ресурсы;
13) децентрализация, консенсус – демократический централизм;

14) отсутствие четких критериев социальной базы – партия определенного класса;

15) демократическое решение вопросов – строгая, четкая дисциплина.

Можете дополнить список параметров.

Каждому параметру задайте оценку в условных единицах от 0 до 10, где 0 соответствует полному выполнению левого утверждения, а 10 – правому.

Для каждой пары партий определите степень совпадения R по формуле (2.1) Темы 2. По результатам расчетов определите возможные коалиции партий.

Внимание! Не берите первые 10 партий! У вас должны быть разные наборы партий!

Учебное издание

Гельруд Яков Давидович,
Шестакова Людмила Ивановна

ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОЛИТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Учебное пособие

Техн. редактор *А.В. Миних*

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 17.06.2022. Формат 60×84 1/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 4,65. Тираж 50 экз. Заказ 206/297.

Отпечатано с оригинал-макета заказчика
В типографии Издательского центра ЮУрГУ.
454080, г. Челябинск, проспект Ленина, 76.